

第2問 (必答問題) (配点 15)

(1) 二つの角 A, B に対し

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \dots\dots\dots ①$$

が成り立つことを示そう。

二つの角 α, β に対し, 加法定理から

$$\sin(\alpha + \beta) = \boxed{\text{ア}} + \cos \alpha \sin \beta \dots\dots\dots ②$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \boxed{\text{ア}} - \cos \alpha \sin \beta \dots\dots\dots ③$$

である。②と③の左辺どうし, 右辺どうしを加え, $\alpha = \boxed{\text{イ}}$,
 $\beta = \boxed{\text{ウ}}$ とすると, ①が得られる。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

① $\sin \alpha \sin \beta$	② $\sin \alpha \cos \beta$	③ $\cos \alpha \sin \beta$	④ $\cos \alpha \cos \beta$
⑤ $\sin^2 \alpha$	⑥ $\sin^2 \beta$	⑦ $\cos^2 \alpha$	⑧ $\cos^2 \beta$

$\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$ については, 最も適当なものを, 次の①~⑧のうちから一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

① A	② B	③ $A+B$	④ $A-B$
⑤ $\frac{A+B}{2}$	⑥ $\frac{A-B}{2}$	⑦ $\frac{A+B}{4}$	⑧ $\frac{A-B}{4}$

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第2問は次ページに続く。)

(2) 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \sin\left(x + \frac{5}{12}\pi\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$$

とする。

$0 \leq x < 2\pi$ の範囲で $f(x)$ の最大値を考えよう。

① を用いると

$$\begin{aligned} f(x) &= 2 \sin\left(x + \boxed{\text{エ}}\right) \cos \boxed{\text{オ}} \\ &= 2 \cos \boxed{\text{オ}} \sin\left(x + \boxed{\text{エ}}\right) \end{aligned}$$

と変形できる。

$2 \cos \boxed{\text{オ}}$ は正の定数であるから、 $0 \leq x < 2\pi$ の範囲において、 $f(x)$ は $x = \boxed{\text{カ}}$ で最大値 $\boxed{\text{キ}}$ をとる。

$\boxed{\text{エ}} \sim \boxed{\text{カ}}$ については、最も適当なものを、次の①～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

① 0	② $\frac{\pi}{12}$	③ $\frac{\pi}{6}$	④ $\frac{\pi}{4}$
⑤ $\frac{\pi}{3}$	⑥ $\frac{\pi}{2}$	⑦ $\frac{3}{4}\pi$	⑧ π

$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

① $\frac{1}{2}$	② 1	③ 2	④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$	⑥ $\sqrt{2}$	⑦ $\sqrt{3}$	⑧ $2\sqrt{2}$

(数学Ⅱ、数学B、数学C第2問は次ページに続く。)

(3) a を $0 < a < \pi$ を満たす定数とし、関数 $g(x)$ を

$$g(x) = \sin(x + a) + \sin(x + 2a) + \sin(x + 3a)$$

とする。

花子さんと太郎さんは、関数 $y = g(x)$ のグラフをコンピュータを用いて表示させてみた。図1は、 $a = 0.5$, $a = 1.0$, $a = 1.5$ としたときの $y = g(x)$ のグラフである。これを見て、花子さんと太郎さんは、関数 $g(x)$ について話している。

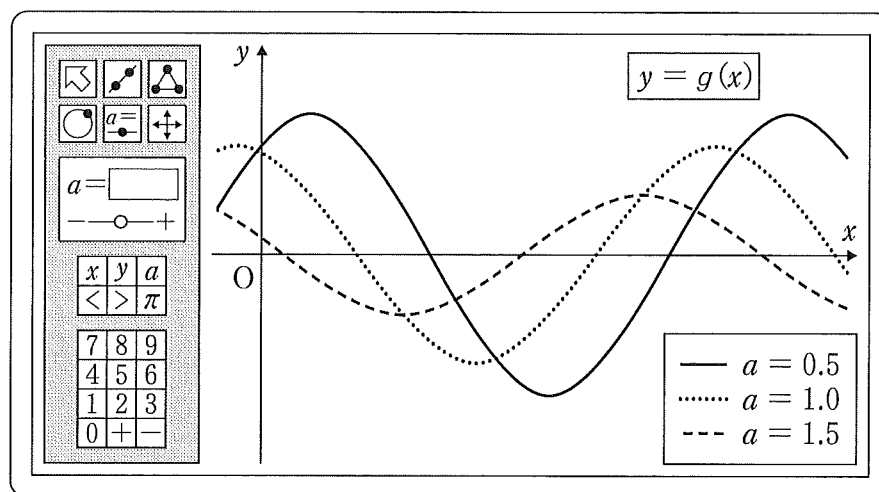


図 1

花子： $g(x)$ は、定数 p, q を用いて $g(x) = p \sin(x + q)$ と変形できそうだね。

太郎：三つの関数 $\sin(x + a)$, $\sin(x + 2a)$, $\sin(x + 3a)$ のうちの二つの関数の和に ① を使うと、残り一つの関数の定数倍にできるかな。

(数学Ⅱ，数学B，数学C第2問は次ページに続く。)

(i) ①を用いると、関数 $\sin(x+a)$, $\sin(x+2a)$, $\sin(x+3a)$ のうちの二つの関数の和 ク は、残りの関数 $\sin(x + \text{ケ})$ の定数倍となる。

したがって、関数 $g(x)$ は

$$g(x) = \text{コ} \sin(x + \text{ケ})$$

と変形することができる。

ク の解答群

- | | |
|-----------------------------|----------------------------|
| ① $\sin(x+a) + \sin(x+2a)$ | ① $\sin(x+a) + \sin(x+3a)$ |
| ② $\sin(x+2a) + \sin(x+3a)$ | |

ケ の解答群

- | | | |
|-------|--------|--------|
| ① a | ① $2a$ | ② $3a$ |
|-------|--------|--------|

コ の解答群

- | | |
|---------------------|----------------------|
| ① $2 \cos a$ | ① $-2 \cos a$ |
| ② $2 \cos 2a$ | ③ $-2 \cos 2a$ |
| ④ $(2 \cos a + 1)$ | ⑤ $(-2 \cos a + 1)$ |
| ⑥ $(2 \cos 2a + 1)$ | ⑦ $(-2 \cos 2a + 1)$ |

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第2問は次ページに続く。)

(ii) $a = \frac{5}{6}\pi$ のとき, $0 \leq x < 2\pi$ の範囲において, $g(x)$ は $x = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}\pi$ で

最大値 $\boxed{\text{セ}}$ をとる。

$\boxed{\text{セ}}$ の解答群

① 0	② 1	③ 2	④ -1
⑤ -2	⑥ $\sqrt{3}$	⑦ $-\sqrt{3}$	⑧ $\sqrt{3} + 1$
⑨ $\sqrt{3} - 1$	⑩ $-\sqrt{3} + 1$		