

第4問～第7問は、いずれか3問を選択し、解答しなさい。

第7問 (選択問題) (配点 16)

z を0でない複素数とし、 $w = z + \frac{1}{z}$ とする。また、 r を正の実数とし、複素数平面上で、原点 O を中心とする半径 r の円を C とする。

(1) $z = \sqrt{3} + i$ のとき、 $|z| =$ であり

$$w = \frac{\text{イ} \sqrt{\text{ウ}}}{\text{エ}} + \frac{\text{オ}}{\text{カ}} i$$

である。

(2) z が C 上を動くとき、 w が複素数平面上で描く図形を考える。

実数 θ を z の偏角とし、極形式を用いて $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ と表す。

(i) $w = z + \frac{1}{z}$ を r, θ を用いて表すと

$$w = \text{キ} + i \text{ク} \dots\dots\dots \text{①}$$

である。したがって、 θ の値によらず $\text{ク} = 0$ となるような r の値は

である。

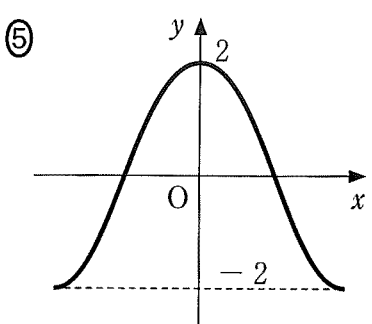
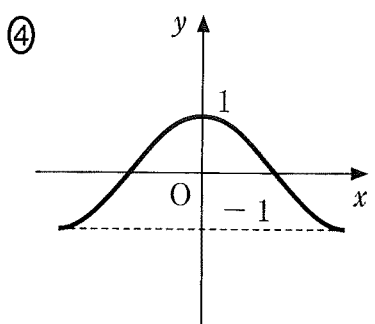
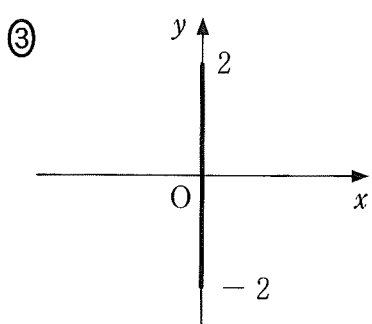
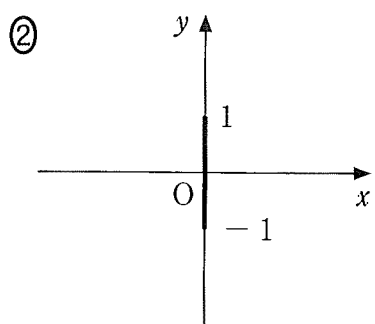
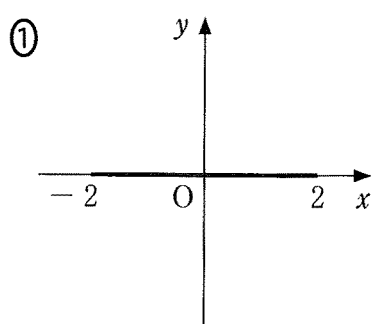
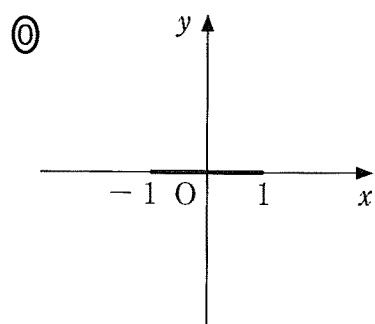
, の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $2r \cos \theta$	① $2r \sin \theta$
② $(r+1) \cos \theta$	③ $(r+1) \sin \theta$
④ $(r-1) \cos \theta$	⑤ $(r-1) \sin \theta$
⑥ $\left(r + \frac{1}{r}\right) \cos \theta$	⑦ $\left(r + \frac{1}{r}\right) \sin \theta$
⑧ $\left(r - \frac{1}{r}\right) \cos \theta$	⑨ $\left(r - \frac{1}{r}\right) \sin \theta$

(数学Ⅱ、数学B、数学C第7問は次ページに続く。)

(ii) $r = \boxed{\text{ケ}}$ とする。 z が C 上を動くとき、 w が描く図形は $\boxed{\text{コ}}$ である。

$\boxed{\text{コ}}$ については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。



(数学Ⅱ，数学B，数学C第7問は次ページに続く。)

(iii) $r \neq$ ケ とする。 x, y を実数として $w = x + yi$ とおくと、① から

$$x = \boxed{\text{キ}}, \quad y = \boxed{\text{ク}} \dots\dots\dots \text{②}$$

が成り立つ。② の二つの式から θ を消去すると、 x, y は サ を満たし、

z が C 上を動くとき、 $w = x + yi$ は サ の表す図形を描く。

(数学Ⅱ，数学B，数学C第7問は次ページに続く。)

サ の解答群

$$\textcircled{0} \quad \frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} = 1$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{x^2}{r^2} - \frac{y^2}{r^2} = 1$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{x^2}{\left(r + \frac{1}{r}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(r - \frac{1}{r}\right)^2} = 1$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{x^2}{\left(r + \frac{1}{r}\right)^2} - \frac{y^2}{\left(r - \frac{1}{r}\right)^2} = 1$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{x^2}{\left(r - \frac{1}{r}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(r + \frac{1}{r}\right)^2} = 1$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{x^2}{\left(r - \frac{1}{r}\right)^2} - \frac{y^2}{\left(r + \frac{1}{r}\right)^2} = 1$$

(数学Ⅱ，数学B，数学C第7問は次ページに続く。)

(3) $r \neq$ ケ とする。 z が C 上を動くとき、 w^2 が描く図形を考えよう。

(i) w^2 を z を用いて表すと、 $w^2 =$ シ である。

シ の解答群

③ $z^2 + \frac{1}{z^2}$

① $z^2 + \frac{1}{z^2} + 1$

② $z^2 + \frac{1}{z^2} - 1$

③ $z^2 + \frac{1}{z^2} + 2$

④ $z^2 + \frac{1}{z^2} - 2$

⑤ $z^2 + \frac{1}{z^2} + 2i$

(ii) z が C 上を動くとき、 $z^2 + \frac{1}{z^2}$ が描く図形の方程式を考える。このとき、 z^2 は原点 O を中心とする半径 r^2 の円を描く。このことから、 X, Y を実数として $z^2 + \frac{1}{z^2} = X + Yi$ とおくと、 X, Y は ス を満たす。以上を踏まえると、 w^2 が描く図形は セ であることがわかる。

ス の解答群

③ $\frac{X}{r^2 + \frac{1}{r^2}} + \frac{Y}{r^2 - \frac{1}{r^2}} = 1$

① $\frac{X^2}{r^4} + \frac{Y^2}{r^4} = 1$

② $\frac{X^2}{\left(r^2 + \frac{1}{r^2}\right)^2} + \frac{Y^2}{\left(r^2 - \frac{1}{r^2}\right)^2} = 1$

③ $\frac{X^2}{\left(r^2 + \frac{1}{r^2}\right)^2} - \frac{Y^2}{\left(r^2 - \frac{1}{r^2}\right)^2} = 1$

④ $\frac{X^2}{\left(r^2 - \frac{1}{r^2}\right)^2} + \frac{Y^2}{\left(r^2 + \frac{1}{r^2}\right)^2} = 1$

⑤ $\frac{X^2}{\left(r^2 - \frac{1}{r^2}\right)^2} - \frac{Y^2}{\left(r^2 + \frac{1}{r^2}\right)^2} = 1$

(数学Ⅱ、数学B、数学C第7問は次ページに続く。)

セについては，最も適当なものを，次の①～⑦のうちから一つ選べ。

