

第4問～第7問は、いずれか3問を選択し、解答しなさい。

第6問 (選択問題) (配点 16)

平面上に、 $\triangle ABC$  と点  $M$  がある。

(1) 次の等式を満たす点  $P$  を考える。

$$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

3点  $A, B, C$  を図1の位置にとる。ただし、図1における $\triangle ABC$ は正三角形、六角形  $DEFGCA$  は正六角形である。

- $M$  が  $A$  と一致するとき、 $P$  は ア と一致する。
- $M$  が  $D$  と一致するとき、 $P$  は イ と一致する。

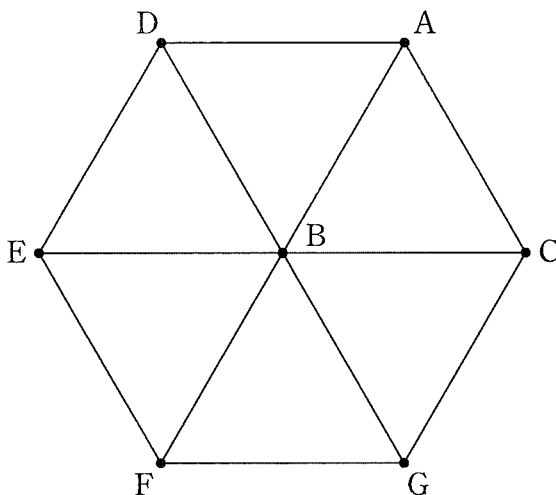


図 1

ア , イ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| ① A | ② B | ③ C | ④ D | ⑤ E | ⑥ F | ⑦ G |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第6問は36ページに続く。)

(2)  $a, b, c$  を実数とする。次の等式を満たす点  $P$  を考える。

$$\overrightarrow{MP} = a \overrightarrow{MA} + b \overrightarrow{MB} + c \overrightarrow{MC} \quad \dots\dots\dots ②$$

花子さんと太郎さんは、(1)の考察から、 $P$ の位置について話している。

花子：①は  $a = 1, b = 2, c = -1$  の場合だね。(1)で考えた二つの場合では、 $M$ の位置によって  $P$ の位置が異なるね。

太郎：でも、 $a = 1, b = 0, c = 0$  の場合だと、②は  $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MA}$  となるから、 $M$ がどの位置にあっても、 $P$ は  $A$ と一致するよ。

花子： $P$ の位置が変わらないのは、どのようなときかな。

ここでは

$M$ がどの位置にあっても、②を満たす  $P$ の位置が変わらないための  $a, b, c$ の条件を調べよう。

②の両辺を、 $A$ を始点とするベクトルを用いて表すと、左辺は

$$\overrightarrow{MP} = \boxed{\text{ウ}}$$

となり、右辺は

$$a \overrightarrow{MA} + b \overrightarrow{MB} + c \overrightarrow{MC} = \boxed{\text{エ}} \overrightarrow{AB} + \boxed{\text{オ}} \overrightarrow{AC} + \boxed{\text{カ}} \overrightarrow{AM}$$

となる。したがって、②は

$$\overrightarrow{AP} = \boxed{\text{キ}} \overrightarrow{AB} + \boxed{\text{ク}} \overrightarrow{AC} + \boxed{\text{ケ}} \overrightarrow{AM}$$

と変形できる。

よって、 $M$ がどの位置にあっても、②を満たす  $P$ の位置が変わらないための必要十分条件は  $\boxed{\text{コ}}$  である。

(数学Ⅱ，数学B，数学C第6問は次ページに続く。)

ウ の解答群

- ①  $\vec{AP} + \vec{AM}$     ②  $-\vec{AP} + \vec{AM}$     ③  $\vec{AP} - \vec{AM}$     ④  $-\vec{AP} - \vec{AM}$

エ ～ ケ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- |                     |                  |                     |
|---------------------|------------------|---------------------|
| ① $a$               | ② $b$            | ③ $c$               |
| ④ $(a + b + c)$     | ⑤ $(-a + b + c)$ | ⑥ $(a - b + c)$     |
| ⑦ $(a + b - c)$     | ⑧ $(-a - b - c)$ | ⑨ $(1 + a + b + c)$ |
| ⑩ $(1 - a - b - c)$ |                  |                     |

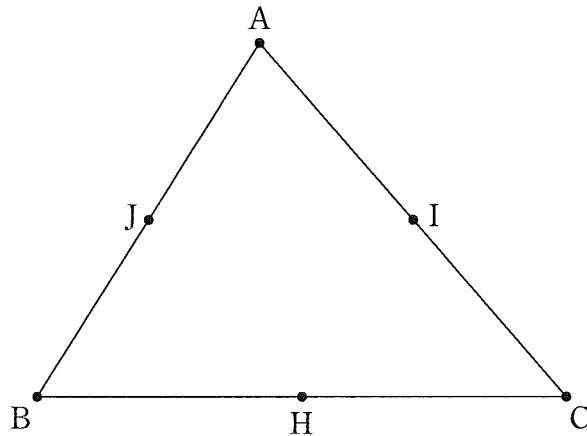
コ の解答群

- |                   |                   |                     |
|-------------------|-------------------|---------------------|
| ① $a = b$         | ② $b = c$         | ③ $c = a$           |
| ④ $a + b - c = 0$ | ⑤ $a - b + c = 1$ | ⑥ $-a + b + c = -1$ |
| ⑦ $a + b + c = 0$ | ⑧ $a + b + c = 1$ | ⑨ $a + b + c = -1$  |

(数学Ⅱ，数学B，数学C第6問は次ページに続く。)

(3)  $a, b, c$  を, コ を満たす実数とする。様々な条件のもとで, ② を満たす点  $P$  が存在する範囲を調べよう。

(i)  $a, b, c$  が, コ と  $a = \frac{1}{2}$  を満たすとき,  $P$  が存在する範囲は サ である。ただし,  $\triangle ABC$  の辺  $BC$  の中点を  $H$ , 辺  $CA$  の中点を  $I$ , 辺  $AB$  の中点を  $J$  とする。



参考図

サ の解答群

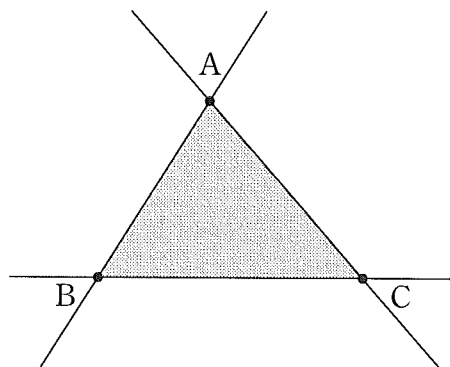
|         |         |         |
|---------|---------|---------|
| ① 直線 AH | ② 直線 BI | ③ 直線 CJ |
| ④ 直線 HI | ⑤ 直線 IJ | ⑥ 直線 JH |

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第6問は次ページに続く。)

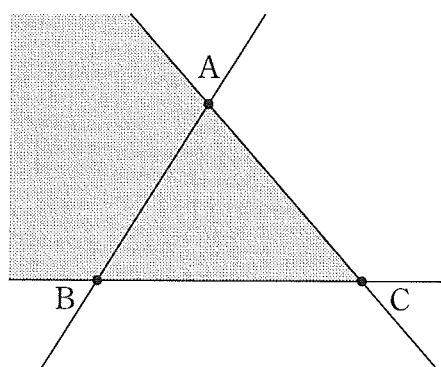
- (ii)  $a, b, c$ が, コと  $c < 0$ を満たすとき,  $P$ が存在する範囲を図示すると, シの灰色部分となる。ただし, 境界線を含まない。

シについては, 最も適当なものを, 次の①～⑤のうちから一つ選べ。

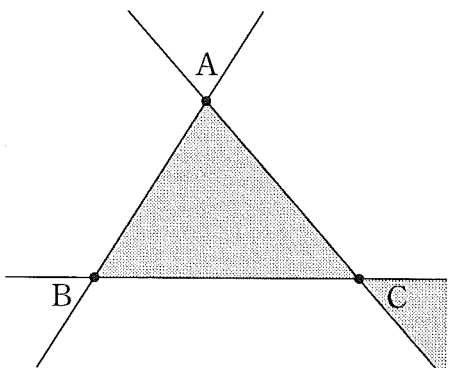
①



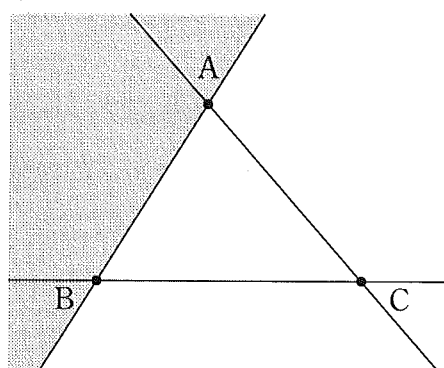
②



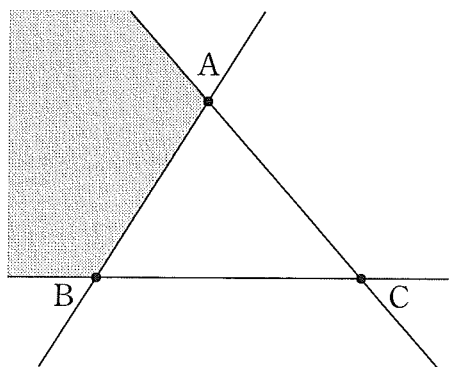
③



④



⑤



⑥

