

第3問 (必答問題) (配点 22)

(1) k を実数とし, 3 次関数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + k$ を考える。

(i) $f'(x) = \boxed{\text{ア}}$ である。

$x = \boxed{\text{イ}}$ のとき, $f(x)$ は極大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとる。

$x = \boxed{\text{エ}}$ のとき, $f(x)$ は極小値 $\boxed{\text{オ}}$ をとる。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

- | | |
|--|---------------------------------------|
| ① $\frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$ | ① $\frac{1}{3}x^2 - 2x + 3 + k$ |
| ② $x^2 - 4x + 3$ | ③ $x^2 - 4x + 3 + k$ |
| ④ $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + kx$ | ⑤ $\frac{1}{3}x^4 - 2x^3 + 3x^2 + kx$ |

$\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{オ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | | |
|-------|----------------------|----------------------|---------------------|---------------------|
| ① 0 | ① 1 | ② 2 | ③ $\frac{2}{3}$ | ④ $\frac{4}{3}$ |
| ⑤ k | ⑥ $-\frac{4}{3} + k$ | ⑦ $-\frac{2}{3} + k$ | ⑧ $\frac{2}{3} + k$ | ⑨ $\frac{4}{3} + k$ |

(ii) $y = f(x)$ のグラフの概形は

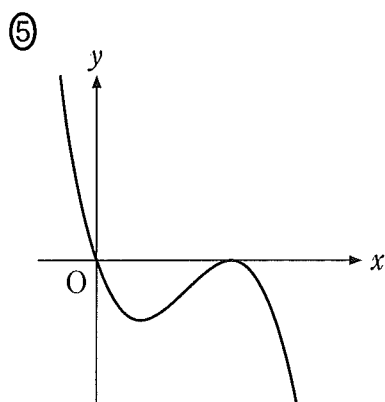
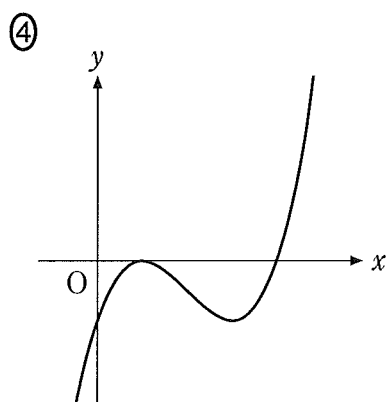
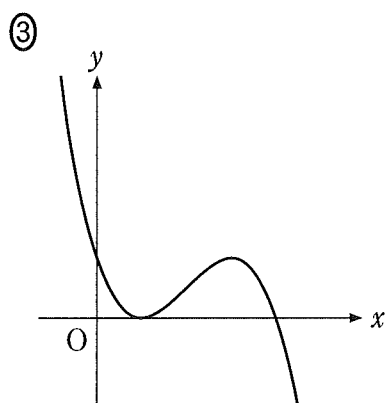
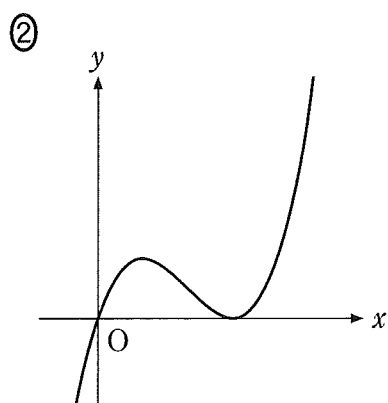
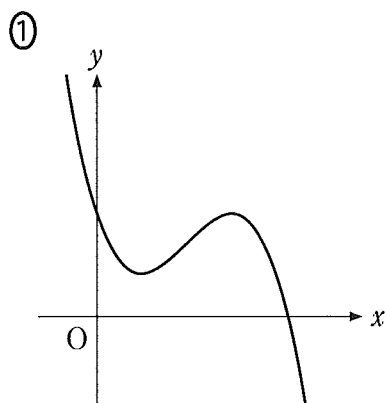
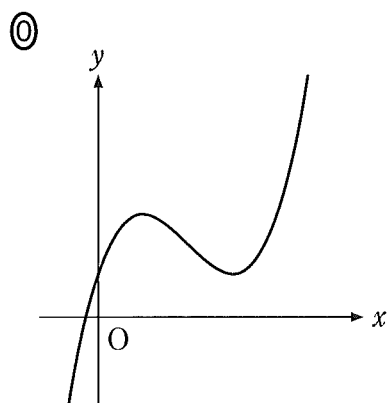
$k = 0$ のとき $\boxed{\text{カ}}$

$k > 0$ のとき $\boxed{\text{キ}}$

である。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第3問は次ページに続く。)

カ， キ については，最も適当なものを，次の①～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。



(数学Ⅱ，数学B，数学C第3問は次ページに続く。)

(iii) (i)で求めた イ , エ のうち, 小さい方の数を a とする。

$f(0) < 0 < f(a)$ を満たすような k の値の範囲は ク $< k <$ ケ である。

k は ク $< k <$ ケ を満たすとする。 $0 \leq x \leq a$ の範囲において, $f(x) = 0$ を満たす x の値を β とおく。 $0 \leq x \leq \beta$ の範囲における $y = f(x)$ のグラフと x 軸および y 軸で囲まれた部分の面積と, $\beta \leq x \leq a$ の範囲における $y = f(x)$ のグラフと x 軸および直線 $x = a$ で囲まれた部分の面積が等しいとする。

このとき, コ が成り立つ。したがって, $k = \frac{\text{サシス}}{\text{セソ}}$ である。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第3問は次ページに続く。)

ク， ケ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | | |
|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| ⑩ 0 | ① $\frac{2}{3}$ | ② $\frac{3}{4}$ | ③ $\frac{4}{3}$ | ④ $\frac{3}{2}$ |
| ⑤ $\frac{5}{2}$ | ⑥ $-\frac{2}{3}$ | ⑦ $-\frac{3}{4}$ | ⑧ $-\frac{4}{3}$ | ⑨ $-\frac{3}{2}$ |

コ の解答群

- | | |
|---|------------------------------|
| ⑩ $\int_0^\beta f(x) dx = \int_\beta^a f(x) dx$ | ① $\int_0^a f(x) dx = 0$ |
| ② $\int_0^\beta f(x) dx = 0$ | ③ $\int_\beta^a f(x) dx = 0$ |

(数学Ⅱ，数学B，数学C第3問は次ページに続く。)

- (2) 3 次関数 $g(x)$ に対して、与えられた条件のもとで $y = g(x)$ のグラフの概形を考えよう。

- 次の条件 (a) を考える。

条件(a) $g(0) = 0$ かつ $g'(0) > 0$ である。

後の①～⑦のうち、条件(a)を満たす関数 $y = g(x)$ のグラフの概形は

☐ タ, ☐ チ, ☐ ツ の三つであり、残りの五つは条件(a)を満たさない。ただし、☐ タ, ☐ チ, ☐ ツ の解答の順序は問わない。

- 条件(a)に加えて、次の条件(b)を考える。

条件(b) $y = g'(x)$ のグラフは直線 $x = 0$ を軸とする放物線である。

後の①～⑦のうち、条件(a), (b)をともに満たす関数 $y = g(x)$ のグラフの概形

は☐ テ, ☐ ト の二つであり、残りの六つは条件(a), (b)の少なくとも一方を満たさない。ただし、☐ テ, ☐ ト の解答の順序は問わない。

- 条件(a), (b)に加えて、次の条件(c)を考える。

条件(c) $y = g'(x)$ のグラフは下に凸の放物線である。

後の①～⑦のうち、条件(a), (b), (c)のすべてを満たす関数 $y = g(x)$ のグラフ

の概形は☐ ナ の一つだけである。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第3問は次ページに続く。)

タ ~ ナ については、最も適当なものを、次の①～⑦のうちから一つ
 ずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

