

数学 I

〔2〕 以下の問題において比を解答する場合は、最も簡単な整数の比で答えよ。

- (1) 四角形 ABCD の面積 S について考えよう。以下では、四角形 ABCD の内角 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ の大きさを、それぞれ A , B , C , D で表す。ただし、四つの内角はいずれも 180° より小さいものとする。

対角線 BD を共通の 1 辺とする $\triangle ABD$ と $\triangle BCD$ の面積を、それぞれ S_1 , S_2 とすると

$$S_1 = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{2} \sin A, \quad S_2 = \frac{\boxed{\text{コ}}}{2} \sin C$$

となる。

四角形 ABCD の四つの内角が $A + C = B + D$ を満たすとき、
 $A + C = \boxed{\text{サ}}$ となる。このとき、 $\sin C$ を $\sin A$ を用いて表せることに注意すると

$$S = S_1 + S_2 = \frac{\boxed{\text{シ}}}{2} \sin A \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

となる。

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

ケ， コ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| ① $AB \cdot BD$ | ② $AB \cdot AD$ | ③ $AD \cdot BD$ |
| ④ $BC \cdot BD$ | ⑤ $BC \cdot CD$ | ⑥ $BD \cdot CD$ |
| ⑦ $AB \cdot CD$ | ⑧ $AD \cdot BC$ | ⑨ $AC \cdot BD$ |

サ の解答群

- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| ① 90° | ② 120° | ③ 135° | ④ 150° |
| ⑤ 180° | ⑥ 240° | ⑦ 270° | ⑧ 360° |

シ の解答群

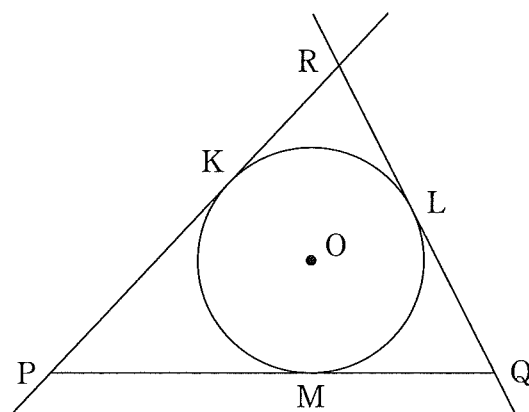
- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| ① $AB \cdot BD + BC \cdot BD$ | ② $AB \cdot BD - BC \cdot BD$ |
| ③ $AB \cdot AD + BC \cdot CD$ | ④ $AB \cdot AD - BC \cdot CD$ |
| ⑤ $AD \cdot BD + BD \cdot CD$ | ⑥ $AD \cdot BD - BD \cdot CD$ |
| ⑦ $AB \cdot CD + AD \cdot BC$ | ⑧ $AB \cdot CD - AD \cdot BC$ |
| ⑨ $AC \cdot BD$ | |

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I

(2) 点 O を中心とする半径 6 の円 O が、線分 PQ 上の P , Q と異なる点 M において線分 PQ に接している。 P , Q それぞれを通る円 O の接線で、直線 PQ と異なるものを引き、この円との接点をそれぞれ K , L とする。以下では直線 PK , QL が交わる場合を考え、その交点を R とする。このとき、 $\triangle PQR$ の辺の長さについて考えよう。

(i) $PK = 12$, $QL = 9$ であるときを考え、 $\angle KPM = P$, $\angle LQM = Q$ とする。このとき、2 直線 PK , QL の交点 R は直線 PQ に関して点 O と同じ側にある。



参考図

四角形 $PMOK$ が $\triangle PMO$ と $\triangle PKO$ に分けられることに注意すると、四角形 $PMOK$ の面積は $\boxed{\text{スセ}}$ であることがわかる。このことから、

① を用いると、 $\sin P = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ となることがわかる。

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

四角形 QLOM についても同様に考えると、 $\sin Q = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ となるこ

ともわかる。よって、 $PR : QR = \boxed{\text{ナニ}} : \boxed{\text{ヌネ}}$ となり、これにより

$RL = \frac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ と求められるので、 $\triangle PQR$ の辺の長さを求めることがで

きる。

- (ii) $PK = 4\sqrt{2}$, $QL = 3\sqrt{2}$ であるときを考える。このとき、2 直線 PK , QL の交点 R は、直線 PQ に関して点 O と反対側にある。このことに注意すると $RL = \boxed{\text{フヘ}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$ と求められるので、 $\triangle PQR$ の辺の長さを求めることができる。