

## 数学 I

### 第 4 問 (配点 20)

- 〔1〕 以下の問題を解答するにあたっては，与えられたデータに対して，次の値を外れ値とする。

「(第 1 四分位数)  $- 1.5 \times$  (四分位範囲)」以下の値

「(第 3 四分位数)  $+ 1.5 \times$  (四分位範囲)」以上の値

水泳部に所属する太郎さんは，1500 m 自由形におけるペース配分を考えるために，2021 年に開催された東京オリンピックの男子 1500 m 自由形に関するデータを分析することにした。なお，自由形とは，どのような泳ぎ方で泳いでもよい競技のことである。

分析で用いるデータは，28 人の選手における，予選で計測された記録(以下，タイム)とする。ここでは，タイムは秒単位で表すものとする。例えば，15 分 23 秒 46 であれば， $60 \times 15 + 23.46 = 923.46$  (秒)である。そして，公式順位(以下，順位)は，タイムの値が小さい方が上位となる。また，28 人の選手それぞれのタイムについて，スタートから 750 m までのタイムを  $T_{\text{前}}$  とし，750 m からゴールまでのタイムを  $T_{\text{後}}$  とする。さらに， $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{後}}$  の平均値を  $T_{\text{前後}}$  とする。

なお，以下の図や表については，World Aquatics の Web ページをもとに作成している。

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

- (1) 太郎さんは、 $T_{\text{前}}$ 、 $T_{\text{後}}$ 、 $T_{\text{前後}}$  の関係を調べることにした。図 1 は  $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{後}}$  の散布図、図 2 は  $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{前後}}$  の散布図である。なお、これらの散布図には、完全に重なっている点はない。また、図 1 と図 2 において、A を付している点は、同じ選手であることを表している。

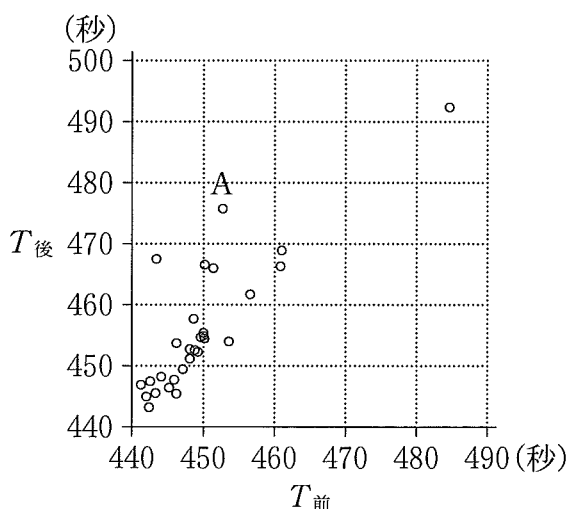


図 1  $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{後}}$  の散布図

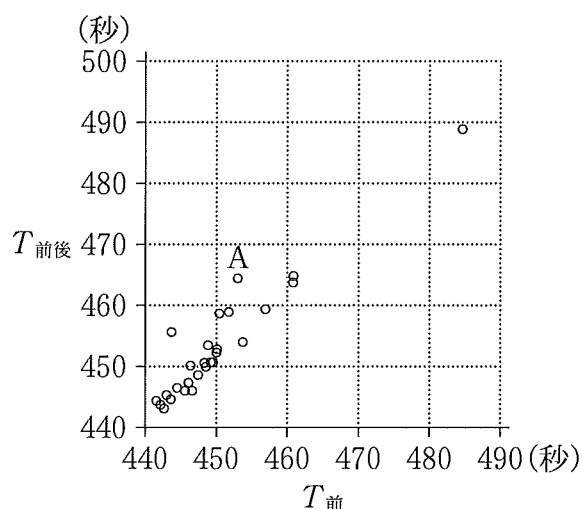


図 2  $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{前後}}$  の散布図

次の (a)、(b) は、図 1 と図 2 に関する記述である。

- (a)  $T_{\text{前}}$  が 470 秒未満である選手について、 $T_{\text{後}}$  が 460 秒以上である選手の人数と、 $T_{\text{前後}}$  が 460 秒以上である選手の人数は等しい。
- (b) A を付している点が表す選手について、 $T_{\text{前}}$  の値は  $T_{\text{前後}}$  の値より小さく、かつ  $T_{\text{後}}$  の値は  $T_{\text{前後}}$  の値より大きい。

(a)、(b) の正誤の組合せとして正しいものは ア である。

ア の解答群

|     | ① | ② | ③ | ④ |
|-----|---|---|---|---|
| (a) | 正 | 正 | 誤 | 誤 |
| (b) | 正 | 誤 | 正 | 誤 |

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I

- (2) 太郎さんは、 $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{前後}}$  の相関係数を計算するために、表 1 のように、  
平均値、標準偏差および共分散を求めた。

表 1  $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{前後}}$  の平均値、標準偏差、共分散

|                 | 平均値 | 標準偏差 | 共分散  |
|-----------------|-----|------|------|
| $T_{\text{前}}$  | 450 | 8.3  | 72.9 |
| $T_{\text{前後}}$ | 453 | 9.3  |      |

表 1 を用いると、 $T_{\text{前}}$  と  $T_{\text{前後}}$  の相関係数は イ である。

イ については、最も適当なものを、次の①～⑨のうちから一つ選べ。

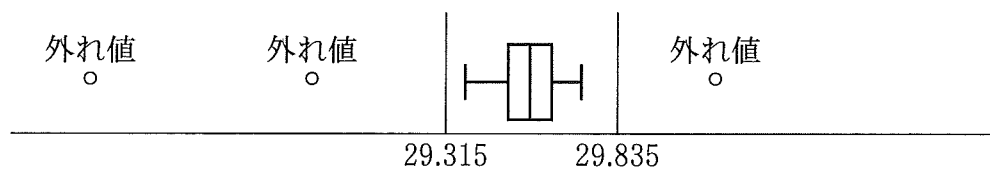
|        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| ① 0.01 | ② 0.24 | ③ 0.47 | ④ 0.59 | ⑤ 0.72 |
| ⑥ 0.83 | ⑦ 0.94 | ⑧ 1.06 | ⑨ 1.38 | ⑩ 4.14 |

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I

(3) 太郎さんは、順位とペース配分の関係を知るために、前半と後半という二分割だけではなく、より細かく分割されたタイムを用いて分析することにした。1500 m 自由形のタイムは、スタートから 50 m までのタイム、50 m から 100 m までのタイムのように、ゴールまで 50 m ごとの 30 個に分けて計測されている。そこで、これら 30 個のタイムを用いて分析する。

- (i) 1 位の選手の 30 個のタイムについて考えると、外れ値かどうかを判断する二つの値である 29.315 と 29.835 が算出され、29.315 以下の 2 個のタイムと 29.835 以上の 1 個のタイムが外れ値と判断された。このとき、1 位の選手の 30 個のタイムの四分位範囲は 0. ウエ 秒である。



参考図

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

## 数学 I

- (ii) 太郎さんは 28 人の選手それぞれについて、30 個のタイムを用いて、選手ごとの箱ひげ図を作成し、分散を計算した。図 3 は上から分散が小さい順になるように、28 人の選手それぞれの箱ひげ図を並べたものであり、30 個のタイムにおける外れ値は、白丸で示されている。なお、分散が等しい選手はいなかった。

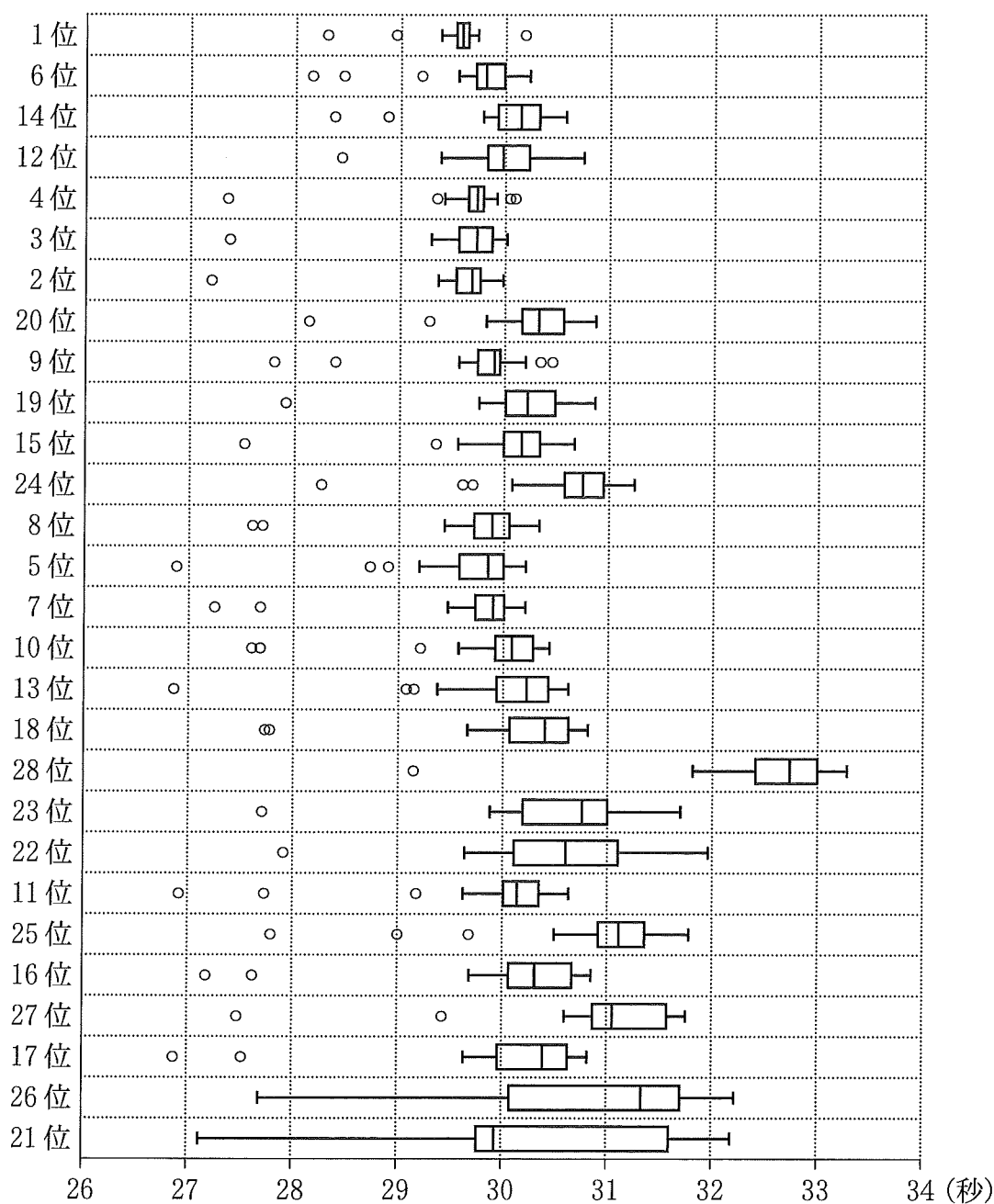


図 3 28 人の選手の順位と 30 個のタイムの箱ひげ図(上から分散の小さい順)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

次の (a), (b) は, 図 3 に関する記述である。

- (a) 28 人の選手において, 29 秒より速いタイムはすべて外れ値である。  
 (b) 28 人の選手から 2 人を選んだとき, 分散の大きい選手の四分位範囲は, 分散の小さい選手の四分位範囲より小さいことがある。

(a), (b) の正誤の組合せとして正しいものは オ である。

オ の解答群

|     | ① | ② | ③ | ④ |
|-----|---|---|---|---|
| (a) | 正 | 正 | 誤 | 誤 |
| (b) | 正 | 誤 | 正 | 誤 |

- (iii) 順位が 1 位から 8 位までの選手のグループを決勝進出グループ, 9 位から 28 位までの選手のグループを予選敗退グループと呼ぶことにする。決勝進出グループであり, かつ 30 個のタイムの分散が小さい方から 14 番目までの選手の人数を  $n$  (人) とすると, 表 2 のようになる。

表 2 順位と分散の表(単位は人)

|    |          | 分散(小さい順) |           | 計  |
|----|----------|----------|-----------|----|
|    |          | 1 番～14 番 | 15 番～28 番 |    |
| 順位 | 決勝進出グループ | $n$      | $8 - n$   | 8  |
|    | 予選敗退グループ | $14 - n$ | $6 + n$   | 20 |
| 計  |          | 14       | 14        | 28 |

このとき, 図 3 から  $n =$  カ であることがわかる。このことから, 決勝進出グループにおいて分散が小さい方から 14 番目までの選手が占める割合を  $P$ , 予選敗退グループにおいて分散が小さい方から 14 番目までの選手が占める割合を  $Q$  とすると,  $P$  キ  $Q$  であることがわかる。

キ の解答群

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| ① | < | ② | = | ③ | > |
|---|---|---|---|---|---|

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)