

数学 I

第 3 問 (配点 30)

〔1〕 2 次関数のグラフについて考えよう。

(1) 2 次関数 $y = 3x^2$ のグラフを C とする。 C を平行移動したグラフが x 軸と異なる 2 点で交わる場合を考える。この二つの交点を結ぶ線分の長さや、平行移動したグラフの頂点と x 軸との距離について考えよう。

(i) C を y 軸方向に -3 だけ平行移動したグラフを C_1 とし、 C_1 と x 軸との二つの交点を A_1, B_1 とする。線分 A_1B_1 の長さを W_1 とおき、 C_1 の頂点と x 軸との距離を H_1 とおくと、 $W_1 = \boxed{\text{ア}}$ であり、 $H_1 = \boxed{\text{イ}}$ である。

また、 C_1 を x 軸方向に 2 だけ平行移動したグラフを C_2 とし、 C_2 と x 軸との二つの交点を A_2, B_2 とする。線分 A_2B_2 の長さを W_2 とおき、 C_2 の頂点と x 軸との距離を H_2 とおく。このとき、 W_2 と W_1 、 H_2 と H_1 のそれぞれの大小関係は

$$W_2 \boxed{\text{ウ}} W_1, \quad H_2 \boxed{\text{エ}} H_1$$

である。

$\boxed{\text{ウ}}$ 、 $\boxed{\text{エ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

$\textcircled{0} < \qquad \qquad \qquad \textcircled{1} = \qquad \qquad \qquad \textcircled{2} >$

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

数学 I

(ii) k を負の定数とする。 C を x 軸方向に 2, y 軸方向に k だけ平行移動したグラフを C_3 とし, C_3 と x 軸との二つの交点を A_3, B_3 とする。ただし, 二つの交点のうち, x 座標の大きい方を B_3 とする。線分 A_3B_3 の長さを W_3 とおき, C_3 の頂点と x 軸との距離を H_3 とおく。このとき, W_3 が $\boxed{\text{ア}}$ の 4 倍となる場合を考える。

C_3 の軸は直線 $x = \boxed{\text{オ}}$ であり, A_3 と B_3 は C_3 の軸に関して対称であることに注意すると, B_3 の座標は $\left(\boxed{\text{カ}}, 0 \right)$ であることがわかる。さらに, B_3 は C_3 上にあるから, $k = -\boxed{\text{キク}}$ であることがわかる。これにより, H_3 を求めることができる。

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

数学 I

(2) a を正の定数, p, q を定数とする。2 次関数

$$y = a(x - p)^2 + q \quad \dots\dots\dots ①$$

を考える。① のグラフは 2 次関数 $y = ax^2$ のグラフを平行移動したグラフである。① のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わるとし、その二つの交点を A, B とする。ただし、二つの交点のうち、 x 座標の大きい方を B とする。線分 AB の長さを W とおき、① のグラフの頂点と x 軸との距離を H とおく。 W と H の関係を考えよう。

q を H を用いて表すと、 $q = \boxed{\text{ケ}}$ であり、B の座標を p と W を用いて表すと、 $(\boxed{\text{コ}}, 0)$ である。これらのことから、 H を a と W を用いて表すと

$$H = \boxed{\text{サ}} \quad \dots\dots\dots ②$$

となる。

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

① $-2H$	② $-H$	③ $-\frac{1}{2}H$
④ $2H$	⑤ H	⑥ $\frac{1}{2}H$

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

① $p - W$	② $p - \frac{1}{2}W$	③ $p - \frac{1}{4}W$
④ $p + W$	⑤ $p + \frac{1}{2}W$	⑥ $p + \frac{1}{4}W$

$\boxed{\text{サ}}$ の解答群

① aW	② $\frac{a}{2}W$	③ $\frac{a}{4}W$
④ aW^2	⑤ $\frac{a}{2}W^2$	⑥ $\frac{a}{4}W^2$

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

(3) t を定数とする。2 次関数

$$y = 2x^2 - 4tx + 2t^2 - 3t + 1 \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{3}$$

を考える。③ のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わるとし、その二つの交点を A, B とする。線分 AB の長さを W とおき、③ のグラフの頂点と x 軸との距離を H とおく。このとき、 $2 < W < 4$ を満たすような定数 t の値の範囲を求めよう。

② を利用すると、 $2 < W < 4$ のときの H のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{シ}} < H < \boxed{\text{ス}}$$

であることがわかる。よって、 t のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{セ}} < t < \boxed{\text{ソ}}$$

である。

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)