

数 学 I

(全 問 必 答)

第 1 問 (配点 20)

〔1〕 定数 a を $a \neq 1$ とするとき、 x についての連立不等式

$$\begin{cases} x - \sqrt{6}a + 1 \geq 0 & \dots\dots\dots ① \\ (a-1)x - 2a^2 - a + 3 \leq 0 & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

の解について考える。なお、 $\sqrt{6} = 2.449\dots$ である。

(1) $a = 2$ のとき、連立不等式の解は

$$\boxed{\text{ア}}\sqrt{6} - \boxed{\text{イ}} \leq x \leq \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(2) 不等式 ① の解は $x \geq \boxed{\text{エ}}$ である。

一方、不等式 ② は

$$(a-1) \left\{ x - \left(\boxed{\text{オ}} \right) \right\} \leq 0$$

と変形できる。 $a-1$ が正の場合と負の場合に分けて、連立不等式の解を求める。

• $a-1 > 0$ のときを考える。

不等式 ② の解は $x \leq \boxed{\text{カ}}$ となり、連立不等式を満たす実数 x があるための必要十分条件は

$$1 < a \leq \boxed{\text{キ}}\sqrt{6} + \boxed{\text{ク}}$$

である。このときの連立不等式の解は $\boxed{\text{エ}} \leq x \leq \boxed{\text{カ}}$ である。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

- $a - 1 < 0$ のときを考える。

連立不等式の解は $x \geq$ ケ である。

エ ~ カ , ケ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | |
|--------------------|-------------------|--------------------|
| ① $\sqrt{6}a + 1$ | ② $\sqrt{6}a - 1$ | ③ $-\sqrt{6}a + 1$ |
| ④ $-\sqrt{6}a - 1$ | ⑤ $2a + 3$ | ⑥ $2a - 3$ |
| ⑦ $-2a + 3$ | ⑧ $-2a - 3$ | |

- (3) a を整数とすると、連立不等式を満たす x で、 x が整数となるものが一つだけであるような a の値を求める。

(2) から、 $a - 1 < 0$ のときは、連立不等式を満たす整数が二つ以上あることがわかる。したがって、 $a - 1 > 0$ のときだけを考えればよい。

a が整数のときは カ も整数になる。このことに注意して a の値をすべて求めると、 $a =$ コ である。

このとき、連立不等式を満たすただ一つの整数は、求めた a の値を カ に代入したものである。

コ の解答群

- | | | |
|-----------|-----------|-----------|
| ① 6, 7 | ② 7, 8 | ③ 8, 9 |
| ④ 5, 6, 7 | ⑤ 6, 7, 8 | ⑥ 7, 8, 9 |

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)