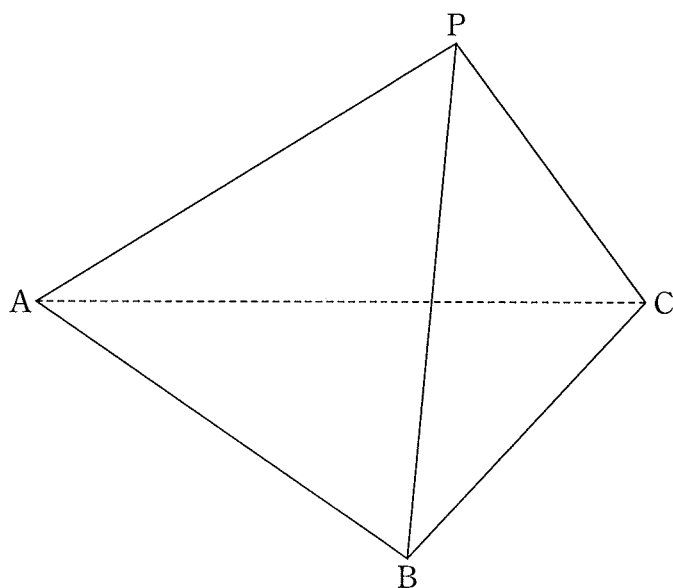


数学 I， 数学 A

第 3 問 (配点 20)

空間内に， $AB = AC = 10$ ， $BC = 12$ である二等辺三角形 ABC がある。 $\triangle ABC$ の内心を I とし， $\triangle IBC$ の重心を G とする。 G を通り， $\triangle ABC$ を含む平面と垂直な直線上に， G と異なる点 P がある。このとき， $\triangle ABC$ を底面とする三角錐 $PABC$ について考えよう。



参考図

直線 AI と辺 BC の交点を D とし，また，辺 PA 上の点 E は， $\angle PED = \angle PID$ を満たしているとする。なお，以下の問題において比を解答する場合は，最も簡単な整数の比で答えよ。

(数学 I， 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

- (1) 直線 BI が ア ことに注意すると， $\triangle ABD$ において線分 AI と ID の長さの比を求めることができる。よって，線分 AD の長さに着目すると

$$AI = \boxed{\text{イ}}, \quad ID = \boxed{\text{ウ}}$$

であることがわかる。また，4 点 E, I, D, エ は同一円周上にある。
よって

$$AE \cdot AP = \boxed{\text{オカ}}$$

であることがわかる。

ア の解答群

- ① 直線 AC と垂直に交わる
- ② 直線 AC とねじれの位置にある
- ③ $\angle ABC$ を 2 等分する
- ④ 辺 AC の中点を通る

エ の解答群

- ① A
- ② B
- ③ C
- ④ G
- ⑤ P

(数学 I， 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

数学 I，数学 A

(2) 線分 PI と DE の交点を F とする。このとき，線分 IF と FP の長さの比と，三角錐 PABC の体積との関係について考えよう。

(i) 次の仮定 1 のもとで三角錐 PABC の体積 V_1 について考える。

仮定 1

線分 IF と FP の長さの比が $IF : FP = 3 : 2$ である。

このとき

$$PE : EA = \boxed{\text{キ}} : \boxed{\text{ク}}$$

であるから，(1)での考察に注意すると， $AP = \boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ となる。

したがって，直線 PG が $\triangle ABC$ を含む平面に垂直であることに注意すると， $V_1 = \boxed{\text{サシ}}$ であることがわかる。

(数学 I，数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

- (ii) (i) の仮定 1 の代わりに次の仮定 2 をおき，三角錐 PABC の体積の変化について考える。

仮定 2

線分 IF と FP の長さの比が $IF : FP = 1 : 3$ である。

仮定 2 のもとでの三角錐 PABC の体積 V_2 を，(i) で求めた V_1 と比較すると， V_2 と V_1 の比は

$$V_2 : V_1 = \boxed{\text{ス}} : \boxed{\text{セ}}$$

であるから， $\boxed{\text{ソ}}$ 。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

- ① V_2 は V_1 より小さい
- ② V_2 と V_1 は等しい
- ③ V_2 は V_1 より大きい