

数学 I, 数学 A

〔2〕 以下の問題を解答するにあたっては、与えられたデータに対して、次の値を
(15点) 外れ値とする。

「(第 1 四分位数) $- 1.5 \times$ (四分位範囲)」以下の値

「(第 3 四分位数) $+ 1.5 \times$ (四分位範囲)」以上の値

水泳部に所属する太郎さんは、1500 m 自由形におけるペース配分を考えるために、2021 年に開催された東京オリンピックの男子 1500 m 自由形に関するデータを分析することにした。なお、自由形とは、どのような泳ぎ方で泳いでもよい競技のことである。

分析で用いるデータは、28 人の選手における、予選で計測された記録(以下、タイム)とする。ここでは、タイムは秒単位で表すものとする。例えば、15 分 23 秒 46 であれば、 $60 \times 15 + 23.46 = 923.46$ (秒)である。そして、公式順位(以下、順位)は、タイムの値が小さい方が上位となる。また、28 人の選手それぞれのタイムについて、スタートから 750 m までのタイムを $T_{\text{前}}$ とし、750 m からゴールまでのタイムを $T_{\text{後}}$ とする。さらに、 $T_{\text{前}}$ と $T_{\text{後}}$ の平均値を $T_{\text{前後}}$ とする。

$$T_{\text{前後}} = \frac{T_{\text{前}} + T_{\text{後}}}{2}$$

なお、以下の図や表については、World Aquatics の Web ページをもとに作成している。

数学 I, 数学 A

- (1) 太郎さんは、 $T_{\text{前}}$, $T_{\text{後}}$, $T_{\text{前後}}$ の関係を調べることにした。図 1 は $T_{\text{前}}$ と $T_{\text{後}}$ の散布図, 図 2 は $T_{\text{前}}$ と $T_{\text{前後}}$ の散布図である。なお, これらの散布図には, 完全に重なっている点はない。また, 図 1 と図 2 において, A を付している点は, 同じ選手であることを表している。

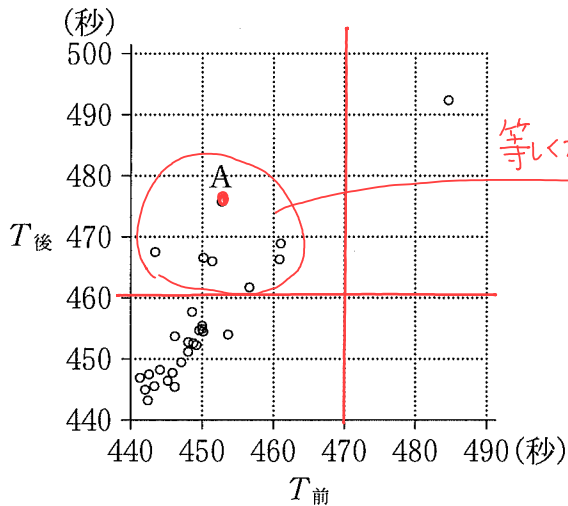


図 1 $T_{\text{前}}$ と $T_{\text{後}}$ の散布図

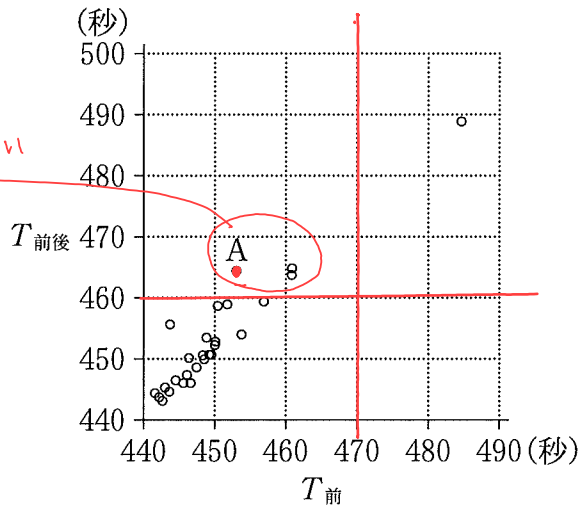


図 2 $T_{\text{前}}$ と $T_{\text{前後}}$ の散布図

次の (a), (b) は, 図 1 と図 2 に関する記述である。

- (a) $T_{\text{前}}$ が 470 秒未満である選手について, $T_{\text{後}}$ が 460 秒以上である選手の人数と, $T_{\text{前後}}$ が 460 秒以上である選手の人数は等しい。 等しくない 誤
- (b) A を付している点が表す選手について, $T_{\text{前}}$ の値は $T_{\text{前後}}$ の値より小さく, かつ $T_{\text{後}}$ の値は $T_{\text{前後}}$ の値より大きい。 上図より $T_{\text{後}} > T_{\text{前後}}$

(a), (b) の正誤の組合せとして正しいものは ② である。 ソ(3点) $T_{\text{前後}}$ は $T_{\text{前}}$ と $T_{\text{後}}$ の平均値

ソ の解答群

	①	②	③
(a)	正	誤	誤
(b)	正	正	誤

なぜ $\frac{T_{\text{前}} + T_{\text{後}}}{2} = T_{\text{前後}}$ なの?
 $T_{\text{前}} < T_{\text{前後}} < T_{\text{後}}$
正

数学 I, 数学 A

- (2) 太郎さんは, $T_{\text{前}}$ と $T_{\text{前後}}$ の相関係数を計算するために, 表 1 のように, 平均値, 標準偏差および共分散を求めた。

表 1 $T_{\text{前}}$ と $T_{\text{前後}}$ の平均値, 標準偏差, 共分散

	平均値	標準偏差	共分散
$T_{\text{前}}$	450	8.3	72.9
$T_{\text{前後}}$	453	9.3	

表 1 を用いると, $T_{\text{前}}$ と $T_{\text{前後}}$ の相関係数は 0.94 (6) である。
タ(3点)

タ については, 最も適当なものを, 次の①~⑨のうちから一つ選べ。

① 0.01	② 0.24	③ 0.47	④ 0.59	⑤ 0.72
⑥ 0.83	⑦ 0.94	⑧ 1.06	⑨ 1.38	⑩ 4.14

↑
だいたい値
を求めるとよい

相関係数は 1 をこえないので不適

$$(\text{相関係数}) = \frac{\text{共分散}}{\text{標準偏差の積}} = \frac{72.9}{8.3 \times 9.3} = \frac{72.9}{77.19} = 0.944 \dots \leftarrow \text{まともに計算する場合}$$

$\div 0.94$

⑧

$$\frac{73}{8 \times 9} = \frac{73}{72} \div 1$$

⑥

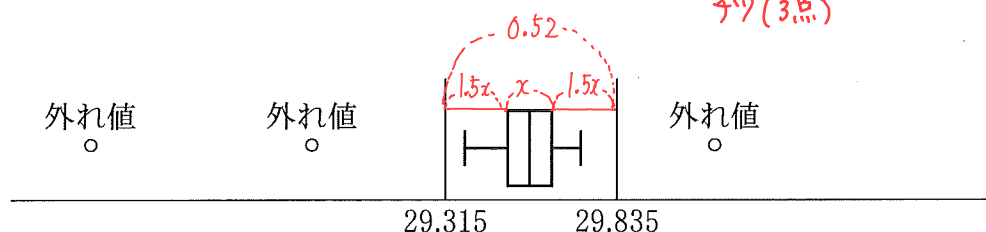
ほぼ 1 をこえないので選択肢から 0.94 に 3

数学 I, 数学 A

(3) 太郎さんは、順位とペース配分の関係調べるために、前半と後半という二分割だけではなく、より細かく分割されたタイムを用いて分析することにした。1500 m 自由形のタイムは、スタートから 50 m までのタイム, 50 m から 100 m までのタイムのように、ゴールまで 50 m ごとの 30 個に分けて計測されている。そこで、これら 30 個のタイムを用いて分析する。

(i) 1 位の選手の 30 個のタイムについて考えると、外れ値かどうかを判断する二つの値である 29.315 と 29.835 が算出され、29.315 以下の 2 個のタイムと 29.835 以上の 1 個のタイムが外れ値と判断された。このとき、1 位の選手の 30 個のタイムの四分位範囲は 0. 13 秒である。

チツ(3点)



参考図

四分位範囲 x と 33 と

$$1.5x + x + 1.5x = 29.835 - 29.315$$

$$4x = 0.52$$

よて $x =$ 0.13

チツ

数学 I， 数学 A

- (ii) 太郎さんは 28 人の選手それぞれについて，30 個のタイムを用いて，選手ごとの箱ひげ図を作成し，分散を計算した。図 3 は上から分散が小さい順になるように，28 人の選手それぞれの箱ひげ図を並べたものであり，30 個のタイムにおける外れ値は，白丸で示されている。なお，分散が等しい選手はいなかった。

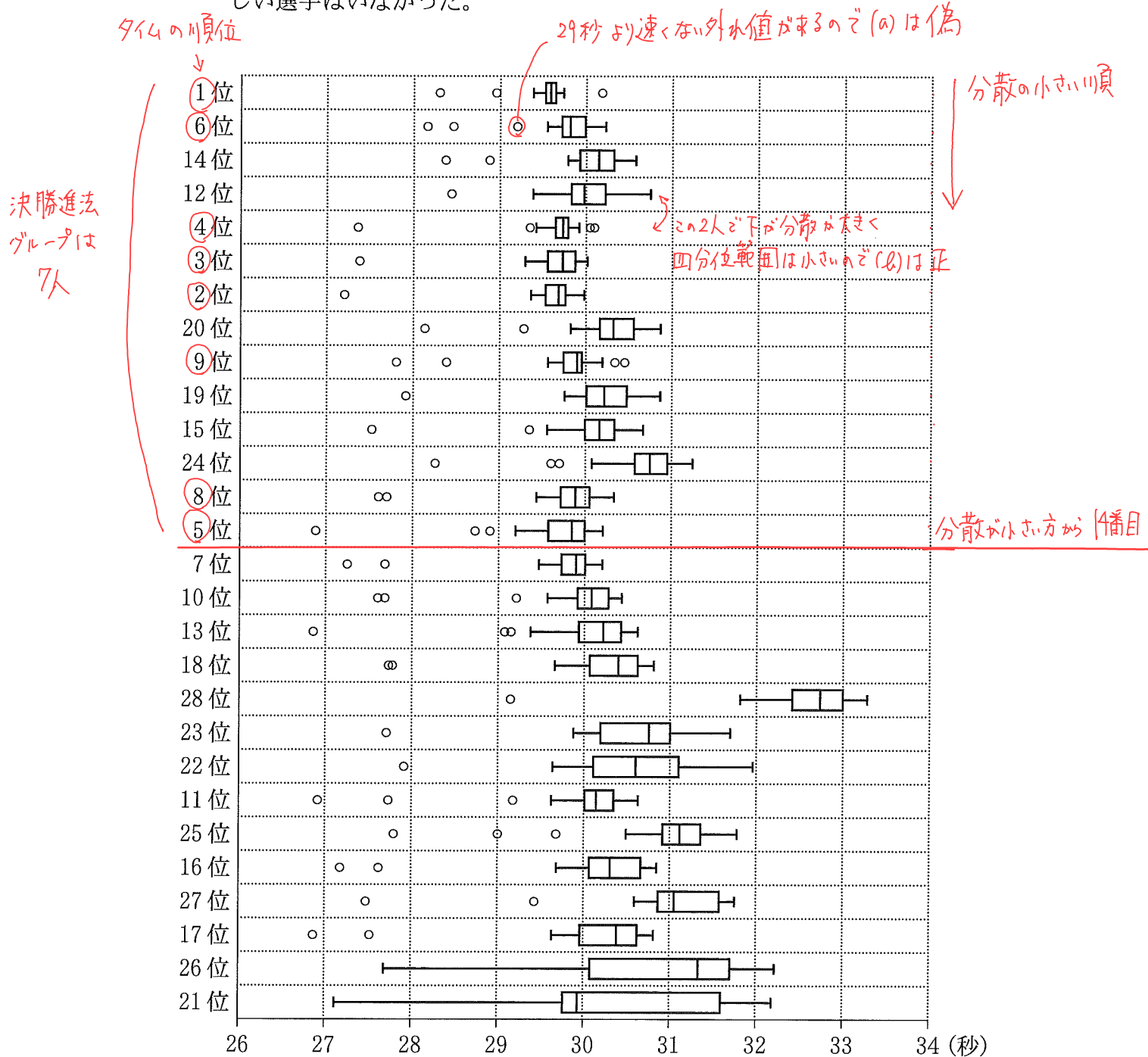


図 3 28 人の選手の順位と 30 個のタイムの箱ひげ図(上から分散の小さい順)

数学 I, 数学 A

次の (a), (b) は, 図 3 に関する記述である。

(a) 28 人の選手において, 29 秒より速いタイムはすべて外れ値である。

(b) 28 人の選手から 2 人を選んだとき, 分散の大きい選手の四分位範囲は, 分散の小さい選手の四分位範囲より小さいことがある。

(a), (b) の正誤の組合せとして正しいものは ☐ ② ☐ である。

テ (3点)

☐ テ の解答群

	①	②	③
(a)	正	誤	誤
(b)	正	正	誤

(iii) 順位が 1 位から 8 位までの選手のグループを決勝進出グループ, 9 位から 28 位までの選手のグループを予選敗退グループと呼ぶことにする。決勝進出グループであり, かつ 30 個のタイムの分散が小さい方から 14 番目までの選手の人数を n (人) とすると, 表 2 のようになる。

表 2 から $n = 7$

表 2 順位と分散の表 (単位は人)

順位		分散 (小さい順)		計
		1 番 ~ 14 番	15 番 ~ 28 番	
順位	決勝進出グループ	$n = 7$	$8 - n = 1$	8
	予選敗退グループ	$14 - n = 7$	$6 + n = 13$	20
計		14	14	28

$$P = \frac{7}{8}$$

$$Q = \frac{7}{20}$$

$$P > Q$$

分母は小さい方が大きい

このとき, 図 3 から $n = 7$ であることがわかる。このことから, 決勝進出グループにおいて分散が小さい方から 14 番目までの選手が占める割合を P , 予選敗退グループにおいて分散が小さい方から 14 番目までの選手が占める割合を Q とすると, $P > Q$ であることがわかる。

② + (3点)

☐ ナ の解答群

①	<	①	=	②	>
---	---	---	---	---	---