

数学 I, 数学 A

(全 問 必 答)

第 1 問 (配点 30)

(1) 全体集合 U を 2 以上 20 以下の自然数全体の集合とする。すなわち
(10点)

$$U = \{2, 3, 4, \dots, 20\} \quad \leftarrow \text{全体集合は } 20 \text{ 以下の自然数である}$$

である。

2 以上 9 以下の自然数 a, b に対して, U の部分集合 A, B を

$$A = \{k \mid k \in U, k \text{ と } a \text{ は } 1 \text{ 以外の正の公約数をもつ}\} \quad \leftarrow A \text{ の要素は } a \text{ の約数で素数になるものの倍数}$$

$$B = \{k \mid k \in U, k \text{ と } b \text{ は } 1 \text{ 以外の正の公約数をもつ}\} \quad \leftarrow B \text{ の要素は } b \text{ の約数で素数になるものの倍数}$$

とする。

例えば

$$a = 7 \text{ のとき, } A = \{7, 14\} \quad \leftarrow 7 \text{ の倍数}$$

$$a = 9 \text{ のとき, } A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \quad \leftarrow 3 \text{ の倍数} \\ \leftarrow (a=3 \text{ と同じ要素})$$

である。

$$(1) \quad a=3 \text{ のとき } A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \quad \textcircled{6} \text{ ア} \quad \leftarrow 3 \text{ の倍数}$$

$$b=4=2^2 \text{ のとき } B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \quad \textcircled{8} \text{ イ} \quad \leftarrow 2 \text{ の倍数}$$

数学 I, 数学 A

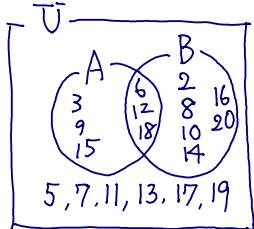
$$\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$

$$\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$$

(1) $a = 3$ のとき, $A = \boxed{6}$, $b = 4$ のとき, $B = \boxed{8}$ である。このとき

ア(2点)

イ(2点)



である。

$$A \cap B = \boxed{3}, \quad A \cap \bar{B} = \boxed{2}$$

ウ

$$\{3, 9, 15\}$$

エ(2点)

6の倍数

$A \cap B$ は 3の倍数かつ2の倍数より $A \cap B = \{6, 12, 18\}$ ③ウ

$A \cap \bar{B}$ は 3の倍数かつ2の倍数でない(奇数)より

$$A \cap \bar{B} = \{3, 9, 15\} \quad \text{②エ}$$

ア ~ エ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① {12}	① {3, 9}
②ウ {3, 9, 15}	③ウ {6, 12, 18}
④ {3, 6, 9, 15, 18}	⑤ {4, 8, 12, 16, 20}
⑥エ {3, 6, 9, 12, 15, 18}	⑦ {2, 4, 8, 10, 14, 16, 20}
⑧ウ {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}	
⑨ {2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20}	

(2) a, b が 2 以上 9 以下の自然数であることに注意して, a, b について考えよう。

(i) \bar{A} の要素に, 2の倍数も3の倍数もないとき

$$a = \boxed{6}$$

否定すると
2の倍数または3の倍数がある

である。

$$(i) \bar{A} = \{5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

など

$$A = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20\}$$

つまり
aは 2の倍数かつ3の倍数で9以下

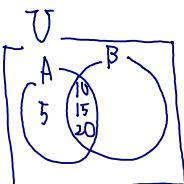
$$\text{より } a = 2 \cdot 3 = \boxed{6} \text{ オ}$$

(ii) $A \cap \bar{B} = \{5\}$ であるとき

$$a = \boxed{5}, \quad b = \boxed{6}$$

カ

キ(2点)



である。

(ii) まず $5 \in A$ なので a は 5の倍数

$$a = \boxed{5} \text{ オ}$$

$$\text{このとき } A = \{5, 10, 15, 20\}$$

$5 \in \bar{B}$ なので $5 \notin B$

さらに $A \cap B = \{10, 15, 20\}$ にならから

a は 5の倍数でなく 2の倍数かつ3の倍数
になり 9以下の自然数であるから

$$a = \boxed{6}, \text{ オ}$$