

# 数学 I, 数学 A

(全問必答)

## 第1問 (配点 30)

〔1〕 全体集合  $U$  を 2 以上 20 以下の自然数全体の集合とする。すなわち  
(10点)

$$U = \{2, 3, 4, \dots, 20\}$$

← 全体集合は 20以下の自然数で、そのうち

である。

2 以上 9 以下の自然数  $a, b$  に対して、 $U$  の部分集合  $A, B$  を

←  $A$  の要素は  $a$  の約数で素数になるものの倍数

$$A = \{k \mid k \in U, k \text{ と } a \text{ は } 1 \text{ 以外の正の公約数をもつ}\}$$

←  $k$  と  $a$  の最大公約数が 2 以上

$$B = \{k \mid k \in U, k \text{ と } b \text{ は } 1 \text{ 以外の正の公約数をもつ}\}$$

←  $B$  の要素は  $b$  の約数で素数になるものの倍数

とする。

例えば

$$a = 7 \text{ のとき, } A = \{7, 14\}$$

← 7 の倍数

$$a = 9 \text{ のとき, } A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$

← 3 の倍数

( $a=3$  と同じ要素)

$3^2$

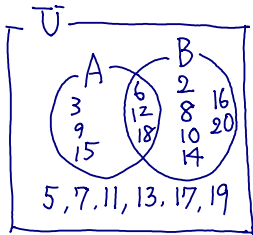
である。

$$(1) \ a = 3 \text{ のとき } A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \quad (6) \text{ア} \quad \leftarrow 3 \text{ の倍数}$$

$$b = 4 = 2^2 \text{ のとき } B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \quad (8) \text{イ} \quad \leftarrow 2 \text{ の倍数}$$

数学 I, 数学 A

- (1)  $a = 3$  のとき,  $A = \boxed{6}$ ,  $b = 4$  のとき,  $B = \boxed{8}$  である。このとき
- $\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$        $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$   
 $\uparrow$  (2点)       $\uparrow$  (2点)



$A \cap B = \boxed{3}$ ,       $A \cap \bar{B} = \boxed{2}$   
 $\uparrow$        $\uparrow$   
 ウ      エ (2点)

である。

$A \cap B$  は 3の倍数かつ2の倍数より  $A \cap B = \{6, 12, 18\}$  (3)ウ  
 $A \cap \bar{B}$  は 3の倍数かつ2の倍数でない(奇数)より  
 $A \cap \bar{B} = \{3, 9, 15\}$  (2)エ

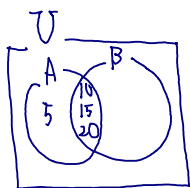
$\boxed{ア}$  ~  $\boxed{エ}$  の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- |  |                             |
|--|-----------------------------|
| ③ {12}   | ① {3, 9}                    |
| ② {3, 9, 15}                                     | ③ {6, 12, 18}               |
| ④ {3, 6, 9, 15, 18}                              | ⑤ {4, 8, 12, 16, 20}        |
| ⑥ {3, 6, 9, 12, 15, 18}                          | ⑦ {2, 4, 8, 10, 14, 16, 20} |
| ⑧ {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}           |                             |
| ⑨ {2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20} |                             |

- (2)  $a, b$  が 2 以上 9 以下の自然数であることに注意して,  $a, b$  について考えよう。

- (i)  $\bar{A}$  の要素に, 2 の倍数も 3 の倍数もないとき
- $\downarrow$  否定すると  
 2の倍数 または 3の倍数がある
- $a = \boxed{6}$   
 オ (2点)
- (i)  $\bar{A} = \{5, 7, 11, 13, 17, 19\}$   
 なの?  
 $A = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20\}$   
 7割  
 $a$  は 2の倍数かつ3の倍数で9以下  
 かつ  $a = 2 \cdot 3 = \boxed{6}$  オ

- (ii)  $A \cap \bar{B} = \{5\}$  であるとき



$a = \boxed{5}$ ,       $b = \boxed{6}$   
 $\uparrow$        $\uparrow$   
 カ      キ (2点)

である。

- (ii) まず  $5 \in A$  なの?  $a$  は 5の倍数  
 $a = \boxed{5}$  カ  
 このとき  $A = \{5, 10, 15, 20\}$   
 $5 \in \bar{B}$  なの? ちが  
 さらに  $A \cap B = \{10, 15, 20\}$  になるから  
 $a$  は 5の倍数でなく 2の倍数かつ3の倍数  
 になり 9以下の自然数があるから  
 $a = \boxed{6}$  キ