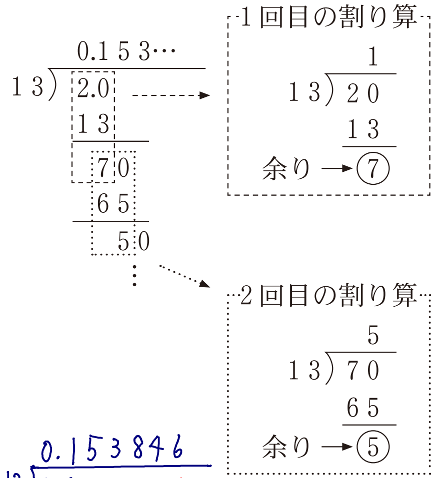
第1問

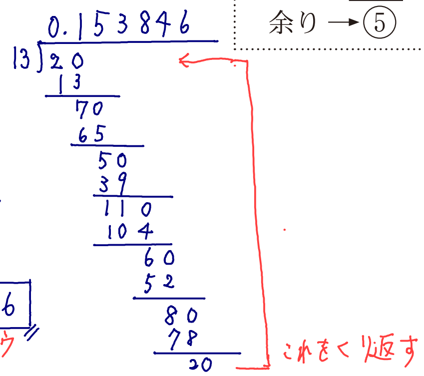
〔1〕 分数を小数で表すときの仕組みについ
(10点)
て考えよう。

例えば $\frac{2}{13}$ は，計算例1のような割り算を行うと小数で表すことができる。この場合，1回目の割り算の余りは7で，2回目の割り算の余りは5である。

$\frac{2}{13}$ 以外の分数の場合も同様に，1回目の割り算の余り，2回目の割り算の余り，3回目の割り算の余り，…ということにする。

計算例1　各回の割り算の余りの例





(1) $\frac{2}{13}$ を小数で表すと

$\frac{2}{13} = 0.153846153846\cdots$

$= 0.\dot{1}5384\dot{6}$

$\boxed{a=3,\ b=4,\ c=6}$

ア　イ　ウ

$0.\dot{1}53ab\dot{c}$

という循環小数となる。ただし，a，b，c は0から9までの数字とする。このとき

$a =$ [8] ア，　$b =$ [4] イ，　$c =$ [6] ウ　(2点)

である。

(2) $m<n$ である自然数 m，n に対し，$\dfrac{m}{n}$ を計算例1のようにして小数で表すことを考える。m を n で割ったときの各回の割り算の余りに着目すると，余りに0が出てくる場合は，$\dfrac{m}{n}$ は 有限小数 $\boxed{\text{エ}}$ ① となる。余りに0が出てこない場合は 割り算を続けると必ず同じ余りが出てくる $\boxed{\text{オ}}$ ① から，$\dfrac{m}{n}$ は 循環小数 $\boxed{\text{カ}}$ ② となる。 オ カ （3点）

$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{カ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 整数	エ ① 有限小数
カ ② 循環小数	③ 循環しない無限小数

$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

⓪ 割り算を続けても同じ余りが出てくることはない
① 割り算を続けると必ず同じ余りが出てくる

余りが0が出てくる場合は $\dfrac{m}{n}$ は $\boxed{\text{有限小数}}$ ①エ

例 $\dfrac{1}{4}=0.25$

$$\begin{array}{r} 0.25 \\ 4\,\overline{)\,1\,0} \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

余りに0が出てこない場合は，余りは n より小さい正の整数なので

$\boxed{\text{割り算を続けると必ず同じ余りが出てくる}}$ ①オ

(1)のように $\dfrac{m}{n}$ は $\boxed{\text{循環小数}}$ ②カ

数学Ⅰ，数学A

(3)　太郎さんと花子さんは，(1) の循環小数 $0.\dot{1}53\underset{846}{\underline{abc}}\!\!\dot{}$ の小数部分を一つずつずらして得られる循環小数 $0.\dot{5}3abc\dot{1}$ について話している。

> 太郎：$0.\dot{5}3abc\dot{1}$ は $0.\dot{1}53ab\dot{c} \times 10$ からその整数部分の 1 を引いたものなので，$0.\dot{5}3abc\dot{1}$ を分数で表すには
>
> $$0.\dot{5}3abc\dot{1} = \frac{2}{13} \times 10 - 1 = \frac{20-13}{13} = \frac{7}{13}$$
>
> とすればよいね。さらにずらした $0.\dot{3}abc1\dot{5}$ などもこの方法で求められるね。
>
> 花子：分子の引き算 $20-13$ は，計算例 1 の 1 回目の割り算の余りを計算するときにやったよ。だから 2 を 13 で割ったときの各回の割り算の余りに着目して考えると，さらにずらしたものも，太郎さんがしたような計算をしなくても求められるよ。

$\frac{2}{13} = 0.\dot{1}5384\dot{6}$

$= 0.153846\,153846\,1\cdots$

両辺に 10をかけて

$\frac{2}{13} \times 10 = 1.53846\,153846\,1\cdots$

$= 1.\dot{5}3846\dot{1}$

両辺から 1をひいて

$\frac{2}{13} \times 10 - 1 = 0.\dot{5}3846\dot{1}$

$\frac{20-13}{13} = \frac{7}{13}$

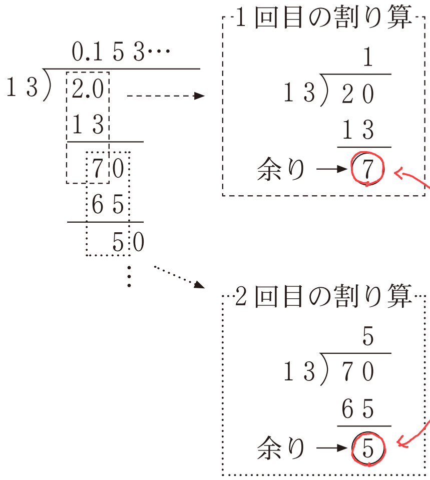
これと同様のことをして

$0.\dot{3}4861\dot{5} = \frac{7}{13} \times 10 - \boxed{5}$ ←

$= \frac{70 - 5\times 13}{13}$

$= \frac{5}{13}$

計算例 1（再掲）



この余りが
分子になる

(i)　循環小数 $0.\dot{3}abc1\dot{5}$ は

カキク

$$0.\dot{3}abc1\dot{5} = \frac{7}{13} \times 10 - \boxed{5} = \frac{70 - 13 \times \boxed{5}}{13}$$

キ（2点）　キ

であるが，この分子の引き算 $70 - 13 \times \boxed{5}$ は，計算例 1 の 2 回目の割り算の余りを求めるときの引き算と同じである。

キ

(ii)　次の四つの循環小数

$$0.\dot{3}abc1\dot{5}\ ,\quad 0.\dot{a}bc15\dot{3}\ ,\quad 0.\dot{b}c153\dot{a}\ ,\quad 0.\dot{c}153a\dot{b}$$

をそれ以上約分できない分数で表したとき，その分子を小さい順に並べると

$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，$\boxed{8}$，$\boxed{11}$

ク　ケ　コ　サシ（3点）

である。

$$0.\dot{3}8461\dot{5} = \frac{7}{13} \times 10 - 5 = \frac{70-65}{13} = \frac{5}{13}$$

$$0.\dot{8}4615\dot{3} = \frac{5}{13} \times 10 - 3 = \frac{50-39}{13} = \frac{11}{13}$$

$$0.\dot{4}6153\dot{8} = \frac{11}{13} \times 10 - 8 = \frac{110-104}{13} = \frac{6}{13}$$

$$0.\dot{6}1538\dot{4} = \frac{6}{13} \times 10 - 4 = \frac{60-52}{13} = \frac{8}{13}$$

分子を小さい順に並べると

$\boxed{5,\ 6,\ 8,\ 11}$

ク　ケ　コ　サシ