

数学 I

〔2〕 自然数 n に関する条件 p, q を

(10点)

$$2 \cdot 3$$

$p: n$ は 12 の約数である

$q: n$ は 18 の約数である

$$2 \cdot 3^2$$

とする。

p, q をみたす集合をそれぞれ P, Q とすると

$$P = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$Q = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

$$9 \in Q \text{ であるが } 9 \notin P$$

$$9 \in \bar{P} \text{ であるが } 9 \notin \bar{Q}$$

(1) 条件 p, q を用いて表された命題について、次のことが成り立つ。

ゆえに: $n=9$ が反例となるのは

対偶 $\hookrightarrow$ $\begin{matrix} \text{「} p \Rightarrow q \text{」} & \text{①} \\ \text{「} \bar{p} \Rightarrow \bar{q} \text{」} & \text{⑥} \end{matrix}$

次の①～⑦のうち、 $n=9$ が反例となるのは ① と ⑥ である。

ス セ (2点)

ス, セ の解答群(解答の順序は問わない。)

① 「 $p \Rightarrow q$ 」

① 「 $q \Rightarrow p$ 」

② 「 $p \Rightarrow \bar{q}$ 」

③ 「 $\bar{q} \Rightarrow p$ 」

④ 「 $\bar{p} \Rightarrow q$ 」

⑤ 「 $q \Rightarrow \bar{p}$ 」

⑥ 「 $\bar{p} \Rightarrow \bar{q}$ 」

⑦ 「 $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ 」

数学 I

(2) 自然数 n に関する条件 r を

$r: n$ は $\underset{2 \cdot 3}{6}$ の約数である

とする。このとき、次のことが成り立つ。

• r は、 q であるための ①。
ツ (2点)

• $(p$ かつ $q)$ は、 r であるための ②。
タ (2点)

ソ, タ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

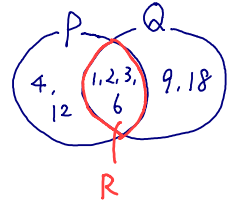
- ① 必要条件であるが、十分条件ではない

② 必要十分条件である

③ 必要条件でも十分条件でもない

r をみたす集合を R とすると

$$R = \{1, 2, 3, 6\}$$



• $R \subset Q$ かつ $R \neq Q$

r は q であるための十分条件であるが、必要条件ではない

① ツ

• $P \cap Q = R$

$(p$ かつ $q)$ は r であるための必要十分条件である

② タ

(3) a を自然数とする。自然数 n に関する条件 s を

$s: n$ は a の倍数である

とする。このとき

命題 A: 「 $p \implies (q$ または $s)$ 」

S をみたす集合を S とすると

$$S = \{a, 2a, 3a, \dots\}$$

命題 A が真となるのは

P のすべての要素は $Q \cup S$ の要素になることから

$$4 \in S \text{ かつ } 12 \in S$$

$$1 \text{ になることは } a=1, 2, 4$$

$$\text{よって最大の } a \text{ の値は } a=4$$

$$a=4 \text{ のとき } S = \{4, 8, 12, \dots\}$$

が真となる a の値のうち、最大のものは 4 である。

チ (2点)

また、 $a =$ 4 のとき、命題 A の逆は偽であり、命題 A の逆に対す

る反例となる n の値のうち、最小のものは 8 である。

ツ (2点)

命題 A の逆「 $(q$ かつ $s) \implies p$ 」

は偽であるが

反例は $Q \cup S$ であるが P ではない要素であるから

$$n = 8, 9, 16, 18, 20, 24, 28, \dots$$

最小のものは 8 ツ