

第2問 (必答問題) (配点 15)

二つの関数 $f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$, $g(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2}$ について考える。

- (1) $f(0) = \boxed{\text{ア}}$, $g(0) = \boxed{\text{イ}}$ である。また, $f(x)$ は相加平均と相乗平均の関係から, $x = \boxed{\text{ウ}}$ で最小値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

$g(x) = -2$ となる x の値は $\log_2 \left(\sqrt{\boxed{\text{オ}}} - \boxed{\text{カ}} \right)$ である。

- (2) 次の①～④は, x にどのような値を代入してもつねに成り立つ。

$$f(-x) = \boxed{\text{キ}} \dots\dots\dots \text{①}$$

$$g(-x) = \boxed{\text{ク}} \dots\dots\dots \text{②}$$

$$\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = \boxed{\text{ケ}} \dots\dots\dots \text{③}$$

$$g(2x) = \boxed{\text{コ}} f(x)g(x) \dots\dots\dots \text{④}$$

$\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

①	$f(x)$	②	$-f(x)$	③	$g(x)$	④	$-g(x)$
---	--------	---	---------	---	--------	---	---------

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第2問は次ページに続く。)

(3) 花子さんと太郎さんは、 $f(x)$ と $g(x)$ の性質について話している。

花子：①～④は三角関数の性質に似ているね。

太郎：三角関数の加法定理に類似した式(A)～(D)を考えてみたけど、
つねに成り立つ式はあるだろうか。

花子：成り立たない式を見つけるために、式(A)～(D)の β に何か具体的な値を代入して調べてみたらどうか。

太郎さんが考えた式

$$f(\alpha - \beta) = f(\alpha)g(\beta) + g(\alpha)f(\beta) \quad \cdots \cdots \cdots (A)$$

$$f(\alpha + \beta) = f(\alpha)f(\beta) + g(\alpha)g(\beta) \quad \cdots \cdots \cdots (B)$$

$$g(\alpha - \beta) = f(\alpha)f(\beta) + g(\alpha)g(\beta) \quad \cdots \cdots \cdots (C)$$

$$g(\alpha + \beta) = f(\alpha)g(\beta) - g(\alpha)f(\beta) \quad \cdots \cdots \cdots (D)$$

(1), (2)で示されたことのいくつかを利用すると、式(A)～(D)のうち、
サ 以外の三つは成り立たないことがわかる。**サ** は左辺と右辺
をそれぞれ計算することによって成り立つことが確かめられる。

サ の解答群

① (A) ② (B) ③ (C) ④ (D)