

第7問 (選択問題) (配点 16)

(1) 複素数平面上で方程式

$$|z - 1| + |z + 1| = 4 \quad \dots\dots\dots ①$$

を満たす点  $z$  全体がどのような図形かを考える。

(i) 方程式①は ア が一定であることを表している。

ア の解答群

- ① 点  $z$  と点  $1 - i$  の距離
- ② 点  $z$  と点  $1$  の距離と、点  $z$  と点  $-1$  の距離の和
- ③ 点  $z$  と点  $1 + i$  の距離と、点  $z$  と点  $-1 - i$  の距離の和
- ④ 点  $z$  と点  $1 - i$  の距離の2乗
- ⑤ 点  $z$  と点  $1$  の距離の2乗と、点  $z$  と点  $-1$  の距離の2乗の和
- ⑥ 点  $z$  と点  $1 + i$  の距離の2乗と、点  $z$  と点  $-1 - i$  の距離の2乗の和

(ii)  $x, y$  を実数とし、 $z = x + yi$  とおくと、方程式①は

$$\sqrt{(x - 1)^2 + \text{イ}^2} = 4 - \sqrt{\text{ウ}^2 + y^2}$$

と変形できる。

両辺を2乗して計算すると

$$\text{エ} = 2\sqrt{\text{ウ}^2 + y^2}$$

となる。

さらに両辺を2乗して計算すると

$$\text{オ} = 1 \quad \dots\dots\dots ②$$

となる。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第7問は次ページに続く。)

イ, ウ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- |             |       |             |
|-------------|-------|-------------|
| ① $(x - 1)$ | ② $x$ | ③ $(x + 1)$ |
| ④ $(y - 1)$ | ⑤ $y$ | ⑥ $(y + 1)$ |

エ の解答群

- |   |  |   |
|---|--|---|
| ① $x + \frac{y}{2} + \frac{15}{4}$              | ② $x - \frac{y}{2} + \frac{15}{4}$               | ③ $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{7}{2}$ |
| ④ $x + 4$                                       | ⑤ $-x - 4$                                       | ⑥ $\frac{x}{2} - \frac{y}{2} + \frac{7}{2}$ |
| ⑦ $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} - \frac{7}{2}$ | ⑧ $-\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} + \frac{7}{2}$ |   |

オ の解答群

- |   |                                   |
|---|-----------------------------------|
| ① $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4}$                 | ② $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3}$ |
| ③ $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4}$                 | ④ $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3}$ |
| ⑤ $\frac{1}{4} \{(x - 1)^2 + (x + 1)^2 + 2y^2\}$  |                                   |
| ⑥ $\frac{1}{16} \{(x - 1)^2 + (x + 1)^2 + 2y^2\}$ |                                   |

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第7問は次ページに続く。)

## 数学Ⅱ, 数学B, 数学C

(iii) (i), (ii) から, 複素数平面上で方程式①を満たす点  $z$  全体は, 複素数平面上における **カ** である。

ただし, 複素数平面上で方程式①を満たす点  $z = x + yi$  全体は, 座標平面上で方程式②を満たす点  $(x, y)$  全体と同じ図形であることに注意する。

**カ** の解答群

- ① 点  $1 - i$  を中心とする半径 4 の円
- ② 点  $-1 + i$  を中心とする半径 4 の円
- ③ 2点  $1, -1$  を焦点とし, 長軸の長さが 4 の楕円
- ④ 2点  $i, -i$  を焦点とし, 長軸の長さが 4 の楕円
- ⑤ 2点  $1, -1$  を焦点とし, 長軸の長さが 8 の楕円
- ⑥ 2点  $i, -i$  を焦点とし, 長軸の長さが 8 の楕円
- ⑦ 2点  $\sqrt{7}, -\sqrt{7}$  を焦点とし, 2点  $\sqrt{3}, -\sqrt{3}$  が頂点の双曲線
- ⑧ 2点  $\sqrt{7}i, -\sqrt{7}i$  を焦点とし, 2点  $\sqrt{3}i, -\sqrt{3}i$  が頂点の双曲線
- ⑨ 2点  $\sqrt{7}, -\sqrt{7}$  を焦点とし, 2点  $2, -2$  が頂点の双曲線
- ⑩ 2点  $\sqrt{7}i, -\sqrt{7}i$  を焦点とし, 2点  $2i, -2i$  が頂点の双曲線

(2) 点  $z$  を複素数平面上における **カ** 上の点であるとし, 点  $w$  は, 点  $z$  を原点を中心に  $\frac{\pi}{4}$  だけ回転した点とする。このとき, 点  $w$  が満たす方程式を求めたい。

点  $w$  と点  $z$  は, 関係式 **キ** を満たす。また, 点  $z$  は複素数平面上で方程式①を満たす。したがって, 点  $w$  は方程式

$$\mathbf{ク} = 4$$

を満たす。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第7問は次ページに続く。)

キの解答群

$$\textcircled{0} \quad z = \frac{\pi}{4} + w$$

$$\textcircled{1} \quad w = \frac{\pi}{4} + z$$

$$\textcircled{2} \quad z = \frac{\pi}{4} w$$

$$\textcircled{3} \quad w = \frac{\pi}{4} z$$

$$\textcircled{4} \quad z = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} + w$$

$$\textcircled{5} \quad w = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} + z$$

$$\textcircled{6} \quad z = \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) w$$

$$\textcircled{7} \quad w = \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) z$$

クの解答群

$$\textcircled{0} \quad \left| w - \left( 1 - \frac{\pi}{4} \right) \right| + \left| w + \left( 1 + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$\textcircled{1} \quad \left| w - \left( 1 + \frac{\pi}{4} \right) \right| + \left| w + \left( 1 - \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$\textcircled{2} \quad \left| w - \left( 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i \right) \right| + \left| w + \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i \right) \right|$$

$$\textcircled{3} \quad \left| w - \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i \right) \right| + \left| w + \left( 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i \right) \right|$$

$$\textcircled{4} \quad \left| w - \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i \right) \right| + \left| w + \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i \right) \right|$$

$$\textcircled{5} \quad \left| w - \left( \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i \right) \right| + \left| w + \left( \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i \right) \right|$$

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第7問は次ページに続く。)

## 数学Ⅱ, 数学B, 数学C

- (3) 点  $z$  を複素数平面上における  $\boxed{\text{カ}}$  上の点であるとし, 点  $\alpha$  は, 点  $z$  を原点を中心に一定の角  $\theta$  だけ回転した点とする。このとき, 次の①~⑤のうち,  $\theta$  を適切に定めることにより, 点  $\alpha$  が満たす方程式となるのは  $\boxed{\text{ケ}}$  である。

$\boxed{\text{ケ}}$  の解答群

- ①  $|a - 1| + |a + 1| = 6$   
②  $|a - 1| + |a - 3| = 4$   
③  $\left| a - \frac{1}{2} \right| + \left| a + \frac{1}{2} \right| = 4$   
④  $|a - (1 + \sqrt{3}i)| + |a + (1 - \sqrt{3}i)| = 4$   
⑤  $|a - \sqrt{2}| + |a - \sqrt{2}i| = 4$   
⑥  $|a - i| + |a + i| = 4$