

第 1 問 (必答問題) (配点 15)

n を 3 以上の自然数とする。

(1) x^n を $x - 2$ や $2x - 1$ で割ったときの余りについて考えよう。

(i) x^n を $x - 2$ で割ったときの商を $Q(x)$, 余りを k とおく。 x^n を $Q(x)$ と k を用いて表すと

$$x^n = \boxed{\text{ア}} \dots\dots\dots \text{①}$$

となる。① の両辺の x に 2 を代入すると, $k = \boxed{\text{イ}}$ であることがわかる。

(ii) (i) と同様に考えると, x^n を $2x - 1$ で割ったときの余りは, $\boxed{\text{ウ}}$ であることがわかる。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第 1 問は次ページに続く。)

ア の解答群

- | | |
|---|---|
| <p>① $kQ(x) + x - 2$</p> <p>② $k(x - 2) + Q(x)$</p> <p>④ $(x - 2)Q(x) + k$</p> | <p>① $kQ(x) - (x - 2)$</p> <p>③ $k(x - 2) - Q(x)$</p> <p>⑤ $(x - 2)Q(x) - k$</p> |
|---|---|

イ, ウ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | |
|-------------------|--------------------|------------|----------|
| ① 0 | ① 1 | ② 2 | ③ -1 |
| ④ -2 | ⑤ 2^n | ⑥ $(-1)^n$ | ⑦ -2^n |
| ⑧ $\frac{1}{2^n}$ | ⑨ $-\frac{1}{2^n}$ | | |

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ, 数学B, 数学C

(2) 次に, x^n を $(x-2)^2$ や $(2x-1)^2$ で割ったときの余りについて考えよう。

(i) x^n を $(x-2)^2$ で割ったときの余りを $R(x)$ とおく。

太郎さんと花子さんは, $R(x)$ の求め方について話している。

太郎: (1) と同じように考えても, 余りをうまく求められないね。

花子: $X = x - 2$ とおいてみるのはどうだろう。

花子さんの提案する方法で, 余りを求めてみよう。

$X = x - 2$ とおく。このとき

$$x^n = (X + 2)^n$$

である。 $(X + 2)^n$ を展開すると, X の項の係数は $\boxed{\text{エ}}$, 定数項は

$\boxed{\text{オ}}$ となる。これら以外の項は X^2 で割り切れるので, $(X + 2)^n$ は, ある多項式 $A(X)$ を用いて

$$(X + 2)^n = A(X) \cdot X^2 + \boxed{\text{エ}} X + \boxed{\text{オ}}$$

と表すことができる。このことから

$$R(x) = \boxed{\text{カ}} x + \boxed{\text{キ}}$$

であることがわかる。

(ii) (i) と同様に考えると, x^n を $(2x-1)^2$ で割ったときの余りは,

$\boxed{\text{ク}} x + \boxed{\text{ケ}}$ である。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第1問は次ページに続く。)

工 ~ ケ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① 2^n

② $n \cdot 2^n$

③ $n \cdot 2^{n-1}$

④ $\frac{n}{2^n}$

⑤ $\frac{n}{2^{n-1}}$

⑥ $\frac{1}{2^n}$

⑦ $(-n+1) \cdot 2^n$

⑧ $(-n+1) \cdot 2^{n-1}$

⑨ $\frac{-n+1}{2^n}$

⑩ $\frac{-n+1}{2^{n-1}}$