

数学Ⅱ, 数学B, 数学C

第3問 (必答問題) (配点 22)

- (1) 関数 $F(x) = \int_0^x t(t-2)dt$ について考える。

$$F'(x) = x^2 - \boxed{\text{ア}}x$$

である。

$x = \boxed{\text{イ}}$ のとき, $F(x)$ は極大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとる。

$x = \boxed{\text{エ}}$ のとき, $F(x)$ は極小値 $\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ をとる。

- (2) $x \geq 0$ のとき, 関数 $G(x) = \int_0^x |t(t-2)|dt$ のグラフの概形を考えよう。

- (i) $t(t-2) \leq 0$ を満たす t の値の範囲は $0 \leq t \leq 2$ であり, $t(t-2) \geq 0$ を満たす t の値の範囲は $t \leq 0, 2 \leq t$ である。よって

$$0 \leq t \leq 2 \text{ のとき} \quad |t(t-2)| = \boxed{\text{ク}}$$

$$t \leq 0, 2 \leq t \text{ のとき} \quad |t(t-2)| = \boxed{\text{ケ}}$$

である。

$\boxed{\text{ク}}$, $\boxed{\text{ケ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $t(t-2)$

② $t(t+2)$

③ $-t(t-2)$

④ $-t(t+2)$

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第3問は次ページに続く。)

(ii) (i) により, $G(x)$ を (1) の $F(x)$ を用いて表すと

$0 \leq x \leq 2$ のとき

$$G(x) = \int_0^x \boxed{\text{コ}} dt = \boxed{\text{サ}}$$

$2 \leq x$ のとき

$$G(x) = \int_0^2 \boxed{\text{コ}} dt + \int_2^x \boxed{\text{シ}} dt = \boxed{\text{ス}}$$

である。

$\boxed{\text{コ}}$, $\boxed{\text{シ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $t(t-2)$

① $t(t+2)$

② $\{-t(t-2)\}$

③ $\{-t(t+2)\}$

$\boxed{\text{サ}}$, $\boxed{\text{ス}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $F(x) - \frac{8}{3}$

① $-F(x) - \frac{8}{3}$

② $F(x) + \frac{8}{3}$

③ $-F(x) + \frac{8}{3}$

④ $F(x) - \frac{4}{3}$

⑤ $-F(x) - \frac{4}{3}$

⑥ $F(x) + \frac{4}{3}$

⑦ $-F(x) + \frac{4}{3}$

⑧ $F(x)$

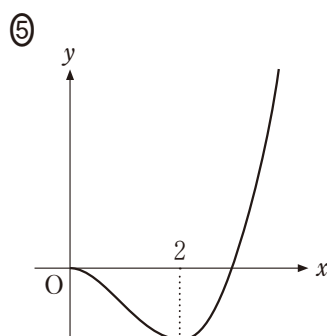
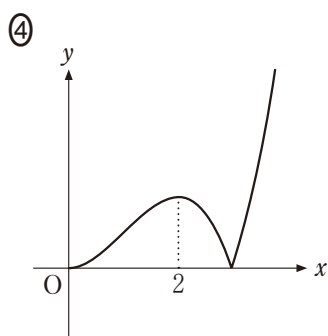
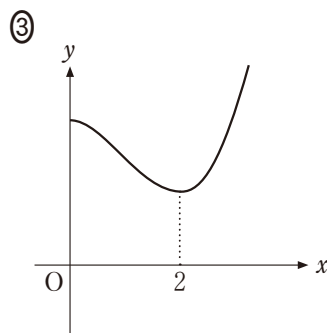
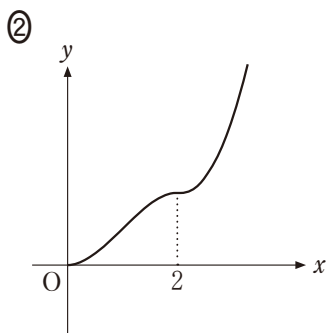
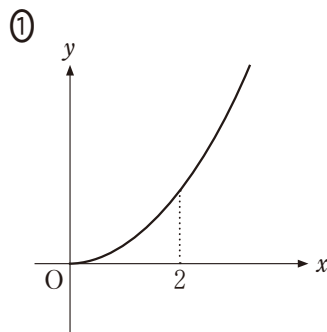
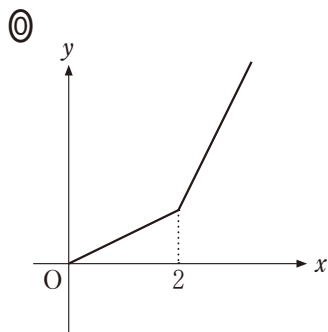
⑨ $-F(x)$

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第3問は次ページに続く。)

数学Ⅱ, 数学B, 数学C

(iii) (ii) により, 関数 $y = G(x)$ のグラフの概形は セ である。

セ については, 最も適当なものを, 次の①～⑤のうちから一つ選べ。



(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第3問は次ページに続く。)

- (3) α, β は $\alpha < \beta$ を満たす定数とする。 $x \geq \alpha$ のとき、次の関数 $H(x)$ について考える。

$$H(x) = \int_{\alpha}^x |(t - \alpha)(t - \beta)| dt - \int_{\alpha}^x (t - \alpha)(t - \beta) dt$$

$H(x)$ の値が x の値によらず一定となるような x の値の範囲は ソ である。ソ における $H(x)$ の値は タ に等しい。

ソ の解答群

② $\alpha \leq x \leq \frac{\alpha + \beta}{2}$

① $\frac{3\alpha + \beta}{4} \leq x \leq \frac{\alpha + 3\beta}{4}$

② $\frac{\alpha + \beta}{2} \leq x \leq \beta$

③ $\beta \leq x$

タ の解答群

① 0

① 関数 $y = (x - \alpha)(x - \beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積

② 関数 $y = (x - \alpha)(x - \beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の 2 倍

③ 関数 $y = (x - \alpha)(x - \beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の $\frac{1}{2}$ 倍

④ 関数 $y = (x - \alpha)(x - \beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の $-\frac{1}{2}$ 倍

⑤ 関数 $y = (x - \alpha)(x - \beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の -1 倍

⑥ 関数 $y = (x - \alpha)(x - \beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の -2 倍