

数学 I

[2] データの値が a_1, a_2 であるものをデータ A , データの値が b_1, b_2 であるものをデータ B とし, これらを合わせた四つのデータの値

$$a_1, a_2, b_1, b_2$$

をそれぞれ

$$z_1, z_2, z_3, z_4$$

とおき, これをデータ Z と呼ぶことにする。データ A, B, Z の分散をそれぞれ s_A^2, s_B^2, s_Z^2 とするとき, それらの関係について考えよう。

データ A, B, Z の平均値をそれぞれ $\bar{a}, \bar{b}, \bar{z}$ とし, $k = \bar{a} - \bar{z}$ とおく。以下では, $k \neq 0$ の場合を考える。このとき, P, Q を

$$P = (z_1 - \bar{z})^2 + (z_2 - \bar{z})^2$$

$$Q = (z_3 - \bar{z})^2 + (z_4 - \bar{z})^2$$

とおくと

$$P = (z_1 - \bar{z})^2 + (z_2 - \bar{z})^2$$

$$= (a_1 - \bar{z})^2 + (a_2 - \bar{z})^2$$

$$= \{(a_1 - \bar{a}) + k\}^2 + \{(a_2 - \bar{a}) + k\}^2$$

であり

$$s_A^2 = \frac{P - \boxed{\text{ケ}} k^2}{2}$$

となることがわかる。同様にして

$$s_B^2 = \frac{Q - \boxed{\text{ケ}} k^2}{2}$$

となることもわかる。

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

これらのことと $k \neq 0$ に着目すると、 s_A^2 、 s_B^2 、 s_Z^2 の関係として、次の①～③のうち、正しいものは コ であることがわかる。

コ の解答群

- ① k の値によらず、つねに $s_Z^2 = \frac{1}{2}s_A^2 + \frac{1}{2}s_B^2$ が成り立つ。
- ② k の値によらず、つねに $s_Z^2 < \frac{1}{2}s_A^2 + \frac{1}{2}s_B^2$ が成り立つ。
- ③ k の値によらず、つねに $s_Z^2 > \frac{1}{2}s_A^2 + \frac{1}{2}s_B^2$ が成り立つ。
- ④ s_Z^2 と $\frac{1}{2}s_A^2 + \frac{1}{2}s_B^2$ の大小関係は、 k の値によって変わる。