

数学 I

〔2〕 花子さんと太郎さんは、コンピュータを使って、関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフを表示させている。

(1) 花子さんが a , b , c の値を $a = 2$, $b = -7$, $c = 7$ と定めると、グラフとして放物線が表示された。この放物線の頂点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}, \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \right)$$

である。

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

数学 I

- (2) 花子さんと太郎さんは、 $a = 2$ ， $b = -7$ ， $c = 7$ と定めたとき、関数 $y = 2x^2 - 7x + 7$ のグラフが、点 $P(1, 2)$ と点 $Q(3, 4)$ を通ることに気づいて、コンピュータの画面を見ながら、次のように話している。

花子：このグラフは2点 $P(1, 2)$ ， $Q(3, 4)$ を通っているね。

太郎： a の値を変えるとグラフはどうなるのかな。

花子： a の値だけを変えたら、 P ， Q を通らなくなったよ。 P ， Q を通るようにするには、 a の値に応じて b と c の値をどう変えたらよいのかな。

0 でない実数 a に対して

$$b = \boxed{\text{ソ}} - \boxed{\text{タ}} a$$

$$c = \boxed{\text{チ}} + \boxed{\text{ツ}} a$$

とすれば、関数

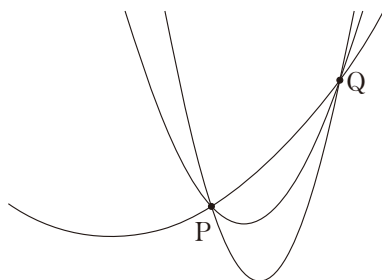
$$y = ax^2 + \left(\boxed{\text{ソ}} - \boxed{\text{タ}} a \right) x + \boxed{\text{チ}} + \boxed{\text{ツ}} a \quad \cdots \text{①}$$

のグラフは2点 P と Q を通る。

(数学 I 第3問は次ページに続く。)

数学 I

- (3) 太郎さんと花子さんは、 a の値を 0 より大きい範囲で変えながら、関数 ① のグラフを表示させて、頂点の y 座標について考えている。



参考図

太郎： a の値を 0 より大きい範囲で変えながら、関数 ① のグラフの頂点を考えてみようよ。

花子：グラフの頂点の y 座標が最大になるような関数はどのようなものかな。

太郎：グラフの頂点の座標を a の式で表して考えるのは、私たちには難しそうだね。別のやり方はないかな。

花子：グラフを表示してみたら、2 点 $P(1, 2)$ 、 $Q(3, 4)$ とグラフの頂点との関係がわかるね。

太郎：どの a に対しても、関数 ① のグラフは必ず P と Q を通るね。

花子：しかも a が正の実数だから、関数 ① のグラフは下に凸で、頂点はグラフの一番下になるね。

太郎：そう考えると、頂点の y 座標が最大になるようなグラフが予想できるね。

グラフの頂点の y 座標の最大値は テ であり、頂点の y 座標が最大に

なる a の値は $\frac{\text{ト}}{\text{ナ}}$ である。

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

(4) 次に、花子さんと太郎さんは、 a の値を 0 より小さい範囲で変えながら、関数 ① のグラフを表示させている。このとき、次の (A)、(B)、(C) のうちで、起こり得るものは 二。

- (A) 関数のグラフが点 $(0, 3)$ を通る。
- (B) 関数のグラフと x 軸の負の部分が交わる。
- (C) 関数のグラフの頂点の x 座標が 2 以下である。

二 の解答群

- ① ない
- ② (A) だけである
- ③ (B) だけである
- ④ (C) だけである
- ⑤ (A) と (B) だけである
- ⑥ (A) と (C) だけである
- ⑦ (B) と (C) だけである
- ⑧ (A) と (B) と (C) のすべてである