

数 学 I

(全 問 必 答)

第1問 (配点 20)

[1] 分数を小数で表すときの仕組みについて考えよう。

例えば $\frac{2}{13}$ は、計算例 1 のような割り算を行うと小数で表すことができる。この場合、1回目の割り算の余りは 7 で、2回目の割り算の余りは 5 である。

$\frac{2}{13}$ 以外の分数の場合も同様に、1回目の割り算の余り、2回目の割り算の余り、3回目の割り算の余り、…ということにする。

(1) $\frac{2}{13}$ を小数で表すと

$$0.\overline{153}abc\overline{c}$$

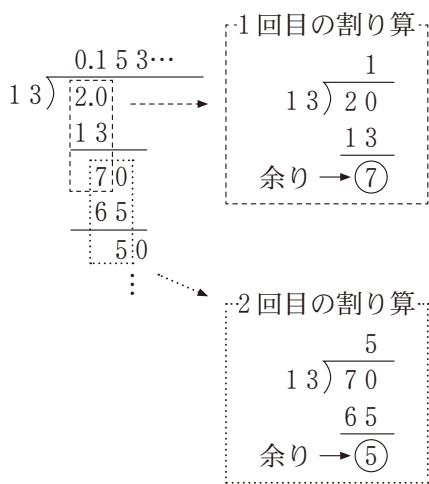
という循環小数となる。ただし、 a 、 b 、 c は 0 から 9 までの数字とする。このとき

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad b = \boxed{\text{イ}}, \quad c = \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

計算例 1 各回の割り算の余りの例



数学 I

(2) $m < n$ である自然数 m, n に対し, $\frac{m}{n}$ を計算例 1 のようにして小数で表すことを考える。 m を n で割ったときの各回の割り算の余りに着目すると, 余りに 0 が出てくる場合は, $\frac{m}{n}$ は 工 となる。余りに 0 が出てこない場合は オ から, $\frac{m}{n}$ は 力 となる。

工, 力 の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 整数
- ② 循環小数

- ① 有限小数
- ③ 循環しない無限小数

オ の解答群

- ① 割り算を続けても同じ余りが出てくることはない
- ② 割り算を続けると必ず同じ余りが出てくる

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I

- (3) 太郎さんと花子さんは、(1)の循環小数 $0.\overline{153}abc$ の小数部分を一つずつずらして得られる循環小数 $0.\overline{53}abc\overline{1}$ について話している。

太郎： $0.\overline{53}abc\overline{1}$ は $0.\overline{153}abc \times 10$ からその整数部分の 1 を引いたものなので、 $0.\overline{53}abc\overline{1}$ を分数で表すには

$$0.\overline{53}abc\overline{1} = \frac{2}{13} \times 10 - 1 = \frac{20 - 13}{13} = \frac{7}{13}$$

とすればよいね。さらにずらした $0.\overline{3}abc\overline{15}$ などもこの方法で求められるね。

花子：分子の引き算 $20 - 13$ は、計算例 1 の 1 回目の割り算の余りを計算するときにやったよ。だから 2 を 13 で割ったときの各回の割り算の余りに着目して考えると、さらにずらしたものも、太郎さんがしたような計算をしなくとも求められるよ。

計算例 1 (再掲)

The diagram illustrates the long division of 2.0 by 13. It shows two stages of the division process:

- 1回目の割り算 (First division):** Shows the division of 2.0 by 13. The quotient is 1, and the remainder is 7 (labeled as ⑦). The remainder 7 is then brought down to form 70.
- 2回目の割り算 (Second division):** Shows the division of 70 by 13. The quotient is 5, and the remainder is 6 (labeled as ⑤).

Dashed boxes highlight the remainders at each step: 7 (labeled ⑦) and 6 (labeled ⑤), which correspond to the digits in the repeating decimal 0.153... .

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

(i) 循環小数 $0.\dot{3}abc\dot{1}\dot{5}$ は

$$0.\dot{3}abc\dot{1}\dot{5} = \frac{7}{13} \times 10 - \boxed{\text{キ}} = \frac{70 - 13 \times \boxed{\text{キ}}}{13}$$

であるが、この分子の引き算 $70 - 13 \times \boxed{\text{キ}}$ は、計算例 1 の 2 回目の割り算の余りを求めるときの引き算と同じである。

(ii) 次の四つの循環小数

$$0.\dot{3}abc\dot{1}\dot{5}, \quad 0.\dot{a}bc15\dot{3}, \quad 0.\dot{b}c153\dot{a}, \quad 0.\dot{c}153\dot{a}\dot{b}$$

をそれ以上約分できない分数で表したとき、その分子を小さい順に並べると

ク, ケ, コ, サシ

である。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)