

数 学 I

(全 問 必 答)

第 1 問 (配点 20)

- 〔1〕 分数を小数で表すときの仕組みについて考えよう。

例えば $\frac{2}{13}$ は、計算例 1 のような割り算を行うと小数で表すことができる。この場合、1 回目の割り算の余りは 7 で、2 回目の割り算の余りは 5 である。

$\frac{2}{13}$ 以外の分数の場合も同様に、1 回目の割り算の余り、2 回目の割り算の余り、3 回目の割り算の余り、…ということにする。

計算例 1 各回の割り算の余りの例

$$\begin{array}{r}
 0.153\cdots \\
 13 \overline{) 2.0} \\
 \underline{13} \\
 70 \\
 \underline{65} \\
 50 \\
 \vdots
 \end{array}$$

1 回目の割り算

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 13 \overline{) 20} \\
 \underline{13} \\
 \text{余り} \rightarrow \textcircled{7}
 \end{array}$$

2 回目の割り算

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 13 \overline{) 70} \\
 \underline{65} \\
 \text{余り} \rightarrow \textcircled{5}
 \end{array}$$

- (1) $\frac{2}{13}$ を小数で表すと

$$0.\dot{1}53abc\dot{}$$

という循環小数となる。ただし、 a 、 b 、 c は 0 から 9 までの数字とする。このとき

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad b = \boxed{\text{イ}}, \quad c = \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I

- (2) $m < n$ である自然数 m, n に対し, $\frac{m}{n}$ を計算例 1 のようにして小数で表すことを考える。 m を n で割ったときの各回の割り算の余りに着目すると, 余りに 0 が出てくる場合は, $\frac{m}{n}$ は エ となる。余りに 0 が出てこない場合は オ から, $\frac{m}{n}$ は カ となる。

エ, カ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|--------|-------------|
| ② 整数 | ① 有限小数 |
| ② 循環小数 | ③ 循環しない無限小数 |

オ の解答群

- | |
|--------------------------|
| ② 割り算を続けても同じ余りが出てくることはない |
| ① 割り算を続けると必ず同じ余りが出てくる |

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I

- (3) 太郎さんと花子さんは、(1)の循環小数 $0.\dot{1}53abc\dot{1}$ の小数部分を一つずつずらして得られる循環小数 $0.\dot{5}3abc\dot{1}$ について話している。

太郎： $0.\dot{5}3abc\dot{1}$ は $0.\dot{1}53abc \times 10$ からその整数部分の 1 を引いたものなので、 $0.\dot{5}3abc\dot{1}$ を分数で表すには

$$0.\dot{5}3abc\dot{1} = \frac{2}{13} \times 10 - 1 = \frac{20 - 13}{13} = \frac{7}{13}$$

とすればよいね。さらにずらした $0.\dot{3}abc15\dot{}$ などこの方法で求められるね。

花子：分子の引き算 $20 - 13$ は、計算例 1 の 1 回目の割り算の余りを計算するときにやったよ。だから 2 を 13 で割ったときの各回の割り算の余りに着目して考えると、さらにずらしたものも、太郎さんがしたような計算をしなくても求められるよ。

計算例 1 (再掲)

$$\begin{array}{r}
 0.153\cdots \\
 13 \overline{) 2.0} \\
 \underline{13} \\
 70 \\
 \underline{65} \\
 50 \\
 \vdots
 \end{array}$$

1 回目の割り算

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 13 \overline{) 20} \\
 \underline{13} \\
 \text{余り} \rightarrow \textcircled{7}
 \end{array}$$

2 回目の割り算

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 13 \overline{) 70} \\
 \underline{65} \\
 \text{余り} \rightarrow \textcircled{5}
 \end{array}$$

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

(i) 循環小数 $0.\dot{3}abc1\dot{5}$ は

$$0.\dot{3}abc1\dot{5} = \frac{7}{13} \times 10 - \boxed{\text{キ}} = \frac{70 - 13 \times \boxed{\text{キ}}}{13}$$

であるが、この分子の引き算 $70 - 13 \times \boxed{\text{キ}}$ は、計算例 1 の 2 回目の割り算の余りを求めるときの引き算と同じである。

(ii) 次の四つの循環小数

$$0.\dot{3}abc1\dot{5}, \quad 0.\dot{a}bc15\dot{3}, \quad 0.\dot{b}c153\dot{a}, \quad 0.\dot{c}153a\dot{b}$$

をそれ以上約分できない分数で表したとき、その分子を小さい順に並べると

$$\boxed{\text{ク}}, \quad \boxed{\text{ケ}}, \quad \boxed{\text{コ}}, \quad \boxed{\text{サシ}}$$

である。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)