

数学Ⅰ，数学Ⅱ

第3問 (配点 20)

$\triangle OAB$ の内心を I とし， $\triangle OAB$ の内接円と辺 AB との接点を L とする。また， $\triangle OAB$ の内接円と辺 OA ， OB との接点を，それぞれ M ， N とする。さらに， $\angle AOB = 2\theta$ ， $\angle OAB = 2\alpha$ ， $\angle OBA = 2\beta$ とおく。

- (1) 点 I が $\triangle OAB$ の内心であることから，4 点 A ， I ， L ，ア は同一円周上にあることがわかる。

ア の解答群

① B

② M

③ N

④ O

(数学Ⅰ，数学Ⅱ第3問は次ページに続く。)

- (2) 辺 OA と直線 BI との交点を X とする。このとき，辺 OA 上における 2 点 M，X の位置関係について考えよう。そのために， $\angle OMI$ と $\angle OXI$ の大小関係を調べる。まず

$$\angle OMI = \boxed{\text{イウ}}^{\circ}$$

である。また， $\triangle OBX$ に着目し， $\theta + \alpha + \beta = 90^{\circ}$ であることに注意して， $\angle OXI$ を β を用いずに表すと

$$\angle OXI = \boxed{\text{イウ}}^{\circ} + \boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{オ}}$$

となる。

このことから， $\boxed{\text{エ}} < \boxed{\text{オ}}$ のとき点 X は $\boxed{\text{カ}}$ ことがわかり，

$\boxed{\text{エ}} > \boxed{\text{オ}}$ のとき点 X は $\boxed{\text{キ}}$ ことがわかる。

$\boxed{\text{エ}}$ ， $\boxed{\text{オ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① θ

② α

③ 2θ

④ 2α

$\boxed{\text{カ}}$ ， $\boxed{\text{キ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① 点 M と一致する

② 点 M と異なり，線分 OM 上にある

③ 点 M と異なり，線分 AM 上にある

(数学Ⅰ，数学A第3問は次ページに続く。)

数学Ⅰ，数学A

(3) 直線 MN と BI との交点を P とする。

- < とする。このとき直線 MN 上での 3 点 P, M, N の位置関係に注意すると， $\angle ONP = \text{ク}$ ， $\angle OBP = \text{ケ}$ となるので $\angle MPI = \text{コ}$ となる。したがって，4 点 I, M, P, は同一円周上にある。
- > とする。このとき $\angle MPI = \text{シ}$ となる。したがって，4 点 I, M, P, は 。

～ ， の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | |
|------------------------|------------------------|-----------------------|
| ① θ | ① α | ② β |
| ③ $90^\circ - \theta$ | ④ $90^\circ - \alpha$ | ⑤ $90^\circ - \beta$ |
| ⑥ $180^\circ - \theta$ | ⑦ $180^\circ - \alpha$ | ⑧ $180^\circ - \beta$ |

の解答群

- | | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| ① A | ① B | ② N | ③ O |
|-----|-----|-----|-----|

の解答群

- | | |
|------------|-------------|
| ① 同一円周上にある | ① 同一円周上にはない |
|------------|-------------|

(数学Ⅰ，数学A第3問は次ページに続く。)

(4) 直線 MN と BI, AI との交点を, それぞれ P, Q とする。

$\theta = 32^\circ$, $\alpha = 34^\circ$ のとき, 4 点 M, N, P, Q は直線 MN 上に セ の順に並ぶ。

セ については, 最も適当なものを, 次の①～④のうちから一つ選べ。

① M, P, N, Q

② M, P, Q, N

② P, M, N, Q

③ P, M, Q, N