第2問 （配点 30）

〔1〕 花子さんと太郎さんは，コンピュータを使って，関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフを表示させている。

(1) 花子さんが a，b，c の値を $a = 2$，$b = -7$，$c = 7$ と定めると，グラフとして放物線が表示された。この放物線の頂点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\ \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\right)$$

である。

（数学Ⅰ，数学A第2問は次ページに続く。）

⑵　花子さんと太郎さんは，$a = 2$，$b = -7$，$c = 7$ と定めたとき，関数 $y = 2x^2 - 7x + 7$ のグラフが，点 P(1，2) と点 Q(3，4) を通ることに気づいて，コンピュータの画面を見ながら，次のように話している。

> 花子：このグラフは 2 点 P(1，2)，Q(3，4) を通っているね。
> 太郎：a の値を変えるとグラフはどうなるのかな。
> 花子：a の値だけを変えたら，P，Q を通らなくなったよ。P，Q を通るようにするには，a の値に応じて b と c の値をどう変えたらよいのかな。

0 でない実数 a に対して

$$b = \boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}}\,a$$
$$c = \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}}\,a$$

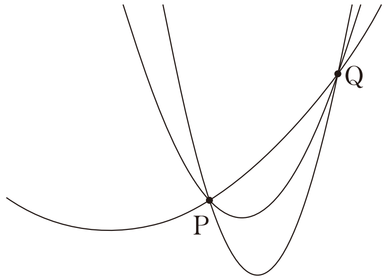
とすれば，関数

$$y = ax^2 + \left(\boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}}\,a\right)x + \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}}\,a \quad \cdots ①$$

のグラフは 2 点 P と Q を通る。

（数学Ⅰ，数学A第 2 問は次ページに続く。）

⑶　太郎さんと花子さんは，a の値を 0 より大きい範囲で変えながら，関数 ① のグラフを表示させて，頂点の y 座標について考えている。



参考図

太郎：a の値を 0 より大きい範囲で変えながら，関数 ① のグラフの頂点を考えてみようよ。

花子：グラフの頂点の y 座標が最大になるような関数はどのようなものなのかな。

太郎：グラフの頂点の座標を a の式で表して考えるのは，私たちには難しそうだね。別のやり方はないかな。

花子：グラフを表示してみたら，2点 P$(1, 2)$，Q$(3, 4)$とグラフの頂点との関係がわかるね。

太郎：どの a に対しても，関数 ① のグラフは必ず P と Q を通るね。

花子：しかも a が正の実数だから，関数 ① のグラフは下に凸で，頂点はグラフの一番下になるね。

太郎：そう考えると，頂点の y 座標が最大になるようなグラフが予想できるね。

グラフの頂点の y 座標の最大値は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，頂点の y 座標が最大になる a の値は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

（数学Ⅰ，数学A第2問は次ページに続く。）

⑷　次に，花子さんと太郎さんは，a の値を 0 より小さい範囲で変えながら，関数 ① のグラフを表示させている。このとき，次の ⒜，⒝，⒞ のうちで，起こり得るものは $\boxed{\text{シ}}$ 。

⒜　関数のグラフが点$(0, 3)$を通る。

⒝　関数のグラフと x 軸の負の部分が交わる。

⒞　関数のグラフの頂点の x 座標が 2 以下である。

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

⓪　ない
①　⒜ だけである
②　⒝ だけである
③　⒞ だけである
④　⒜ と ⒝ だけである
⑤　⒜ と ⒞ だけである
⑥　⒝ と ⒞ だけである
⑦　⒜ と ⒝ と ⒞ のすべてである

（数学Ⅰ，数学A第 2 問は次ページに続く。）