

4

(60 点)

数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = a_2 = 1$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定め、数列 $\{b_n\}$ を

$$\tan b_n = \frac{1}{a_n}$$

により定める。ただし、 $0 < b_n < \frac{\pi}{2}$ であるものとする。(1) $n \geq 2$ に対して、 $a_{n+1}a_{n-1} - a_n^2$ を求めよ。(2) $m \geq 1$ (m は整数) に対して、 $a_{2m} \cdot \tan(b_{2m+1} + b_{2m+2})$ を求めよ。(3) 無限級数 $\sum_{m=0}^{\infty} b_{2m+1}$ を求めよ。