数学 II　指数関数と対数関数

□累乗と指数

文字 a をいくつかかけたものを a の 累乗（るいじょう） という．

a を n 回かけた累乗を a の n 乗といい a^n とかく．

すなわち

$$\underbrace{a\times a\times\cdots\times a}_{n\text{ 個}}=a^n \quad \text{または} \quad \underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{ 個}}=a^n$$

a^n と表したとき n を 指数（しすう） という．

とくに a^2 を a の平方（へいほう），a^3 を a の立方（りっぽう） という．

指数が 1 のときは $a^1=a$ と 1 は基本的に表記しない．

例 a を 3 回かけた累乗は $a\times a\times a=a^3$ または $a\cdot a\cdot a=a^3$

例 $3\times 3=3\cdot 3=3^2$

□指数が整数の指数法則

a，b を 0 でない実数，m，n は正の整数とするとき，次が成り立つ．

$\boxed{1}$ $a^m a^n = a^{m+n}$

$\boxed{2}$ $(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$

$\boxed{3}$ $(ab)^n = a^n b^n$

$\boxed{4}$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

例 $\boxed{1}$ $a^2 a^3 = a^{2+3} = a^5$

$\boxed{2}$ $(a^3)^2 = a^{3\times 2} = (a^2)^3 = a^6$

$\boxed{3}$ $(ab)^2 = a^2 b^2$

$\boxed{4}$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^2 = \dfrac{a^2}{b^2}$

累乗根

n を正の整数，a を実数とする．

n 乗して a になる数，すなわち $x^n = a$ となる数 x を a の n 乗根（じょうこん）といい，

2 乗根（平方根），3 乗根（立方根），4 乗根，$\cdots$ を総称して a の 累乗根（るいじょうこん）という．

$a > 0$ のとき a の n 乗根で正となるものがただ 1 つあり，それを $\sqrt[n]{a}$ で表す．

とくに $\sqrt[2]{a}$ は $\sqrt{a}$ と 2 は省略して表す．

また 0 の累乗根は 0 だけであり $\sqrt[n]{0} = 0$

$\boxed{1}$ n が偶数の場合

$a > 0$ のとき a の n 乗根の実数は正と負の 2 つあり

正の方を $\sqrt[n]{a}$，負の方を $-\sqrt[n]{a}$ で表す．

$a < 0$ のとき 実数の範囲に a の n 乗根は存在しない．

$\boxed{2}$ n が奇数の場合

a の n 乗根の実数はただ 1 つあり $\sqrt[n]{a}$ と表す．

㊭ n 乗根は虚数もありうるが，$\sqrt[n]{a}$ と表す数は実数とする．

㊎ $\boxed{1}$ $x^4 = 16$ を満たす実数 x は $x = \pm 2$ $\leftarrow 2^4 = 16,\ (-2)^4 = 16$

16 の 4 乗根の実数は 2 と -2 の 2 つあり

正の方は $2 = \sqrt[4]{16}$，負の方は $-2 = -\sqrt[4]{16}$

$\boxed{2}$ $x^3 = 8$ を満たす実数 x は $x = 2$ $\leftarrow 2^3 = 8$

8 の 3 乗根の実数は 2 のただ 1 つであり

$2 = \sqrt[3]{8}$

$x^3 = -8$ を満たす実数 x は $x = -2$ $\leftarrow (-2)^3 = -8$

-8 の 3 乗根の実数は -2 のただ 1 つであり

$-2 = \sqrt[3]{-8}$

累乗根の基本性質

$a>0$，n を正の整数とするとき，次が成り立つ．

1. $\sqrt[n]{a}>0$
2. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n=a$
3. $\left(\sqrt[n]{a^n}\right)=a$

例
1. $\sqrt[4]{2}>0$
2. $(\sqrt[4]{2})^4=2$
3. $\sqrt[4]{2^4}=2$

累乗根の性質

$a>0$，$b>0$，m，n，p を正の整数とするとき，次が成り立つ．

1. $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$
2. $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$
3. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=\sqrt[n]{a^m}$
4. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}$
5. $\sqrt[n]{a^m}=\sqrt[np]{a^{mp}}$

例
1. $\sqrt[4]{8}\sqrt[4]{2}=\sqrt[4]{8\cdot 2}=\sqrt[4]{16}=2$
2. $\dfrac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}}=\sqrt[4]{\dfrac{32}{2}}=\sqrt[4]{16}=2$
3. $(\sqrt[4]{2})^4=\sqrt[4]{2^4}=2$
4. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}}=\sqrt[3\cdot 4]{2}=\sqrt[12]{2}$
5. $\sqrt[3]{2}=\sqrt[3\cdot 4]{2^4}=\sqrt[12]{16}$

☆負の数の奇数乗根の変形

m を正の整数，b を正の実数とする．

$$\sqrt[2m+1]{-b} = -\sqrt[2m+1]{b}$$

すなわち，奇数乗根の根号の中のマイナスは外に出せる．

㊋ 定義から明らか．
㊐ $\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8}\ (= -2)$

指数が有理数の累乗

$a > 0$ で，m，n は正の整数とするとき，次が成り立つ．

$\boxed{1}$ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ 　とくに $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$

$\boxed{2}$ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

$\boxed{3}$ $a^{-\frac{m}{n}} = \dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$

㊐ $\boxed{1}$ $2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2}$，$2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$
　$\boxed{2}$ $2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$
　$\boxed{3}$ $2^{-\frac{2}{3}} = \dfrac{1}{2^{\frac{2}{3}}}$

㊓ $\boxed{2}$ で $m = 1$ とすると $\boxed{1}$ になる．
㊓ $\boxed{2}$ について m，n を互いに素とするとき，n が奇数ならば $a < 0$ としても計算できる．
例えば，$a = -8$ として，$m = 1$，$n = 3$ とすると

$$(-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8} = -2$$

指数が有理数の指数法則

$a > 0$，$b > 0$ で，p，q は有理数とするとき，次が成り立つ．

$\boxed{1}$ $a^p a^q = a^{p+q}$

$\boxed{2}$ $a^p \div a^q = \dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$

$\boxed{3}$ $(a^p)^q = a^{pq} = (a^q)^p$

$\boxed{4}$ $(ab)^p = a^p b^p$

$\boxed{5}$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^p = \dfrac{a^p}{b^p}$

㊟補 指数が整数の指数法則 と同様なことが成り立つ．

★無理数の指数

$a>0$，s を無理数とするとき a^s を次のように定義する.

s を小数で表し，小数第 n 位までの値の有理数の数列を $\{x_n\}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$

として

$$a^s = a^{\lim_{n \to \infty} x_n}$$

㊟ $\lim_{n \to \infty} x_n$ とは n を限りなく大きくしたときに数列 $\{x_n\}$ が近づいていく値のこと.
この値が存在することは大学レベルになりますが，「上に有界である増加数列は収束する」という定理がある.

㊟ $3^{\sqrt{2}}$ について考える.

$\sqrt{2}$ を小数で表すと $\sqrt{2}=1.4142\cdots$

この小数第 n 位までの値の有理数の数列 $\{x_n\}$ は

$$x_1 = 1.4$$
$$x_2 = 1.41$$
$$x_3 = 1.414$$
$$x_4 = 1.4142$$
$$\vdots$$

これは一定の値に近づく.

このことから $3^{\sqrt{2}} = 3^{\lim_{n \to \infty} x_n}$ と定義する.

この定義により $\boxed{\text{指数が有理数の指数法則}}$ は指数が実数でも成り立つことになる.

そして $\boxed{\text{指数関数}}$ が定義できることになる.

大雑把にいうと，指数が無理数になっても値があると認めるということ.

.

指数関数

a は $0 < a < 1,\ 1 < a$ をみたす定数とする.

$$y = a^x$$

と表される関数を a を **底**（てい）とする x の **指数関数**（しすうかんすう）という.

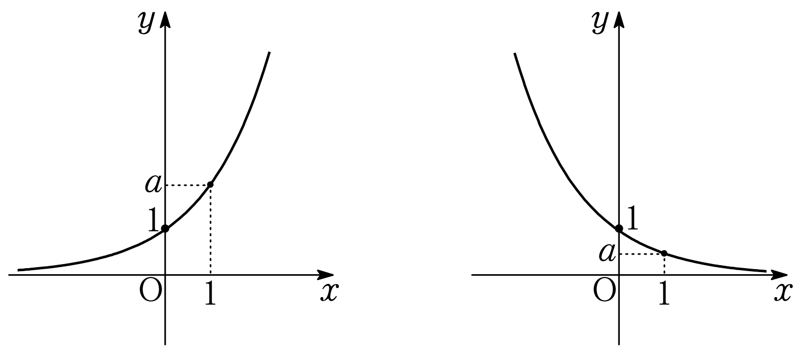
指数関数のグラフ

座標平面で

$$y = a^x \ (0 < a < 1,\ 1 < a)$$

のグラフは次のような概形になる.

〔$a > 1$ のとき〕　〔$0 < a < 1$ のとき〕



このグラフについて

1. 定点 $(0,\ 1)$ を通る
2. 漸近線は $y = 0$ （x 軸）
3. 定義域は実数全体，値域は $y > 0$
4. $a > 1$ のとき x の値が増加すると y の値も増加する.
5. $0 < a < 1$ のとき x の値が増加すると y の値は減少する.

指数方程式・指数不等式

$0<a<1$，$1<a$，X，Y を実数として，次が成り立つ．

$\boxed{1}$ $a^X=a^Y \iff X=Y$

$\boxed{2}$ $a>1$ のとき　$a^X<a^Y \iff X<Y$（不等号の向きが同じ）

$\boxed{3}$ $0<a<1$ のとき　$a^X<a^Y \iff X>Y$（不等号の向きが反対）

考 $y=a^x$ のグラフを考える．

例 $\boxed{1}$ $2^x=2^3$ ならば $x=3$

$\boxed{2}$ $2^2<2^3$

$\boxed{3}$ $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3<\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$

対数の定義

a を $0 < a < 1,\ 1 < a$ をみたす定数とする.

任意の正の実数 M に対して $a^p = M$ となる実数 p がただ 1 つ定まる.

この p を a を底（てい）とする M の 対数（たいすう） といい $p = \log_a M$ と表す.

また M をこの対数の 真数（しんすう） という.

㊓ log は logarithm の略である.

㊀ $2^p = 3$ となる p がただ 1 つ定まる.
この p を「2 を底とする 3 の対数」といい $p = \log_2 3$ と表す.
この対数の真数は 3

底の条件と真数の条件

$\log_a M$ について，次が成り立つ.

1 $0 < a < 1$ または $1 < a$ （底の条件）

2 $M > 0$ （真数の条件）

㊓ 「真数の条件」を「真数条件」ということもある.

指数と対数の関係

$0 < a < 1$ または $1 < a$ とすると

$$a^X = Y \iff X = \log_a Y$$

㊀ $2^5 = 32 \iff 5 = \log_2 32$

対数の基本的な値

$0 < a < 1$ または $1 < a$ として，次が成り立つ.

$\boxed{1}$ $\log_a a = 1$

$\boxed{2}$ $\log_a 1 = 0$

$\boxed{3}$ $\log_a \dfrac{1}{a} = -1$

考 $\boxed{1}$ $a^1 = a \iff \log_a a = 1$

$\boxed{2}$ $a^0 = 1 \iff \log_a 1 = 0$

$\boxed{3}$ $a^{-1} = \dfrac{1}{a} \iff \log_a \dfrac{1}{a} = -1$

例 $\boxed{1}$ $\log_{10} 10 = 1$

$\boxed{2}$ $\log_{10} 1 = 0$

$\boxed{3}$ $\log_{10} \dfrac{1}{10} = \log_{10} 10^{-1} = -1$

n 乗根の対数の基本的な値

$0 < a < 1$ または $1 < a$，n を 2 以上の整数とすると

$$\log_a \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n}$$

考 $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \iff \log_a \sqrt[n]{a} = \dfrac{1}{n}$

例 $\log_2 \sqrt[3]{2} = \log_2 2^{\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{3}$

対数の基本的な変形

$0 < a < 1$ または $1 < a$，$Y > 0$ とすると

$$a^{\log_a Y} = Y$$

補 対数の定義から明らか.

考 $a^X = Y$ ……①

とすると $X = \log_a Y$ ……②

② を ① へ代入して $a^{\log_a Y} = Y$

例 $10^{\log_{10} 21} = 21$

対数法則

$0<a<1$ または $1<a$，$M>0$，$N>0$，p は実数として，次が成り立つ．

$\boxed{1}$ $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

$\boxed{2}$ $\log_a \dfrac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

$\boxed{3}$ $\log_a M^p = p\log_a M$

考 $M = a^{\log_a M}$，$N = a^{\log_a N}$

$\boxed{1}$ 指数法則より　$MN = a^{\log_a M}a^{\log_a N} = a^{\log_a M+\log_a N}$

対数の定義から　$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

$\boxed{2}$ 指数法則より　$\dfrac{M}{N} = \dfrac{a^{\log_a M}}{a^{\log_a N}} = a^{\log_a M-\log_a N}$

対数の定義から　$\log_a \dfrac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

$\boxed{3}$ 指数法則より　$M^p = (a^{\log_a M})^p = a^{p\log_a M}$

対数の定義から　$\log_a M^p = p\log_a M$

例 $\boxed{1}$ $\log_{10} 6 = \log_{10} 2\cdot 3 = \log_{10} 2 + \log_{10} 3$

$\boxed{2}$ $\log_{10} \dfrac{2}{3} = \log_{10} 2 - \log_{10} 3$

$\boxed{3}$ $\log_{10} 2^3 = 3\log_{10} 2$

底の変換公式

$0<a<1$ または $1<a$，$0<b<1$ または $1<b$，$M>0$ として

$$\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}\quad（底を\ a\ から\ b\ へ変換）$$

考 $a^{\log_a M} = M$

b を底とする対数をとると

$\log_b a^{\log_a M} = \log_b M$

対数法則 $\boxed{3}$ より　$\log_a M\ \log_b a = \log_b M$

$a \neq 1$ より $\log_b a \neq 0$ であるから

$\log_a M = \dfrac{\log_b M}{\log_b a}$

別 $\log_a M = \log_{b^{\log_b a}} b^{\log_b M} = \dfrac{\log_b M}{\log_b a}$

例 $\log_2 3 = \dfrac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2}$（底を 2 から 10 に変換）

☆底と真数の入れかえ

$0<a<1$ または $1<a$，$0<b<1$ または $1<b$ として

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$ （底と真数を入れかえると逆数）

㊔ $\boxed{\text{底の変換}}$ より $\log_a b = \dfrac{\log_b b}{\log_b a} = \dfrac{1}{\log_b a}$

㊞ $\log_2 10 = \dfrac{1}{\log_{10} 2}$

実数を対数へ変形

$0<a<1$ または $1<a$，p を実数 として

$$p = \log_a a^p$$

㊞ $3 = \log_2 2^3 = \log_2 8$

☆対数の底または真数の指数に関する変形

$0 < a < 1$ または $1 < a$, $M > 0$, p を実数 として，次が成り立つ．

$\boxed{1}$ $\log_a M^p = p \log_a M$

$\boxed{2}$ $\log_{a^p} M = \dfrac{1}{p} \log_a M$

$\boxed{3}$ $\log_{a^p} M^p = \log_a M$

考 $\boxed{1}$ 対数法則

$\boxed{2}$ 底の変換 より $\log_{a^p} M = \dfrac{\log_a M}{\log_a a^p} = \dfrac{1}{p} \log_a M$

$\boxed{3}$ $\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ をともに使う．

例 $\boxed{1}$ $\log_3 5^2 = 2 \log_3 5$

$\boxed{2}$ $\log_{3^2} 5 = \dfrac{1}{2} \log_3 5$

$\boxed{3}$ $\log_9 25 = \log_{3^2} 5^2 = \log_3 5$

$\boxed{3}$ $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{3} = \log_{(\sqrt{2})^2} (\sqrt{3})^2 = \log_2 3$

補 $M > 0$ の条件がないときは $\log_a M^p = p \log_a |M|$ のように絶対値が出てくる．

対数関数

a が $0<a<1,\ 1<a$ をみたす定数として

$$y=\log_a x$$

と表される関数を a を 底(てい) とする x の 対数関数(たいすうかんすう) という.

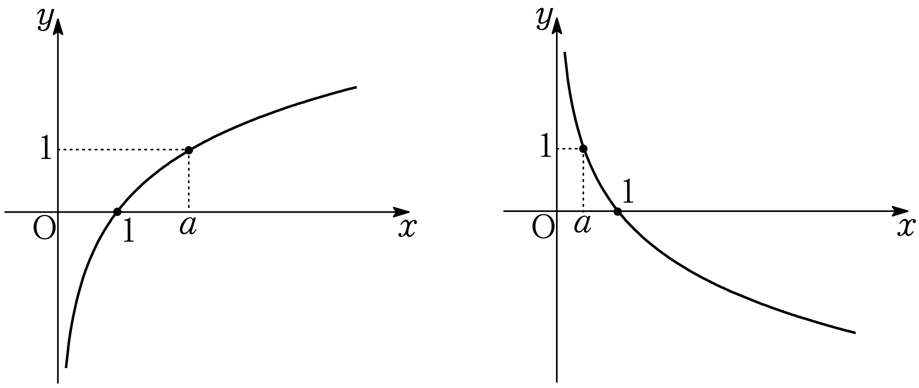
対数関数のグラフ

座標平面で

$$y=\log_a x \quad (0<a<1,\ 1<a)$$

のグラフは次のような概形になる.

〔$a>1$ のとき〕 〔$0<a<1$ のとき〕



このグラフについて

1. 定点 $(1,\ 0)$ を通る
2. 漸近線は $x=0$ (y 軸)
3. 定義域は $x>0$, 値域は実数全体
4. $a>1$ のとき x の値が増加すると y の値も増加する.
5. $0<a<1$ のとき x の値が増加すると y の値は減少する.

対数方程式・対数不等式

$0 < a < 1,\ 1 < a$，X，Y を正の実数とするとき，次が成り立つ.

1. $\log_a X = \log_a Y \iff X = Y$
2. $a > 1$ のとき　$\log_a X < \log_a Y \iff X < Y$（不等号の向きが同じ）
3. $0 < a < 1$ のとき　$\log_a X < \log_a Y \iff X > Y$（不等号の向きが反対）

考 $y = \log_a x$ のグラフを考える.

例 1. $\log_2 x = \log_2 3$ ならば $x = 3$
2. $\log_{10} 2 < \log_{10} 3$
3. $\log_{\frac{1}{2}} 3 < \log_{\frac{1}{2}} 2$

常用対数

底を 10 とする対数 $\log_{10} M$ を 常用対数（じょうようたいすう）という.

整数部分が n 桁の数

正の実数 N を整数部分が n 桁の数とすると，次が成り立つ.

1. $10^{n-1} \leqq N < 10^n$
2. $n-1 \leqq \log_{10} N < n$
3. $\left[\log_{10} N\right] + 1 = n$

㊔ 整数部分が n 桁の数で最小のものは $10^{n-1} = 1\underbrace{00\cdots0}_{(n-1)\text{個}}$

㋑ $1 \leqq (1\text{ 桁の整数}) < 10$
$10 \leqq (2\text{ 桁の整数}) < 10^2$
$10^2 \leqq (3\text{ 桁の整数}) < 10^3$

整数部分が n 桁で最高位の数字が m の数

正の実数 N を整数部分が n 桁で最高位の数字が m の数とすると，次が成り立つ.

1. $m \cdot 10^{n-1} \leqq N < (m+1) \cdot 10^{n-1}$
2. $\log_{10} m \leqq \log_{10} N - (n-1) < \log_{10}(m+1)$
3. $\log_{10} m \leqq (\log_{10} N\text{ の小数部分}) < \log_{10}(m+1)$

㋑ 3 桁の整数で最高位の数字が 5 ($n=3$, $m=5$) となる数は 500 以上 600 未満だから

$$5 \cdot 10^2 \leqq \begin{array}{|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{\text{百}} & \multicolumn{1}{c}{\text{十}} & \multicolumn{1}{c}{\text{一}} \\ \hline 5 & & \\ \hline \end{array} < 6 \cdot 10^2$$

小数第 n 位に初めて 0 でない数字が表れる数

正の実数 N を小数第 n 位に初めて 0 でない数字が表れる数とすると次が成り立つ.

1. $10^{-n} \leqq N < 10^{-n+1}$
2. $-n \leqq \log_{10} N < -n+1$
3. $-[\log_{10} N] = n$

考 小数第 n 位に初めて 0 でない数字が表れる数で最小のものは $= 0.\underbrace{00\cdots1}_{n\text{個}} = \dfrac{1}{10^n} = 10^{-n}$

例 $0.1 \leqq$（小数第 1 位に初めて 0 でない数学が現れる数）< 1
$0.01 \leqq$（小数第 2 位に初めて 0 でない数学が現れる数）< 0.1
$0.001 \leqq$（小数第 3 位に初めて 0 でない数学が現れる数）< 0.01

小数第 n 位に初めて 0 でない数字 m が表れる数

正の実数 N を小数第 n 位に初めて 0 でない数字 m が表れる数とすると次が成り立つ.

1. $m \cdot 10^{-n} \leqq N < (m+1) \cdot 10^{-n}$
2. $\log_{10} m \leqq \log_{10} N + n < \log_{10}(m+1)$
3. $\log_{10} m \leqq (\log_{10} N \text{ の小数部分}) < \log_{10}(m+1)$

例 小数第 3 位に初めて 0 でない数字 5（$n=3$, $m=5$）が現れる数は 0.005 以上 0.006 未満だから

$$5 \cdot 10^{-3} \leqq 0.\overset{①}{\boxed{0}}\overset{②}{\boxed{0}}\overset{③}{\boxed{5}}\cdots < 6 \cdot 10^{-3}$$

常用対数表

常用対数の近似値を次のように表にしたものを **常用対数表** という．

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122	.2148	.2175	.2201	.2227	.2253	.2279
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380	.2405	.2430	.2455	.2480	.2504	.2529
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625	.2648	.2672	.2695	.2718	.2742	.2765
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856	.2878	.2900	.2923	.2945	.2967	.2989
2.0	.3010	.3032	.3054	.3075	.3096	.3118	.3139	.3160	.3181	.3201
2.1	.3222	.3243	.3263	.3284	.3304	.3324	.3345	.3365	.3385	.3404
2.2	.3424	.3444	.3464	.3483	.3502	.3522	.3541	.3560	.3579	.3598
2.3	.3617	.3636	.3655	.3674	.3692	.3711	.3729	.3747	.3766	.3784
2.4	.3802	.3820	.3838	.3856	.3874	.3892	.3909	.3927	.3945	.3962
2.5	.3979	.3997	.4014	.4031	.4048	.4065	.4082	.4099	.4116	.4133
2.6	.4150	.4166	.4183	.4200	.4216	.4232	.4249	.4265	.4281	.4298
2.7	.4314	.4330	.4346	.4362	.4378	.4393	.4409	.4425	.4440	.4456
2.8	.4472	.4487	.4502	.4518	.4533	.4548	.4564	.4579	.4594	.4609
2.9	.4624	.4639	.4654	.4669	.4683	.4698	.4713	.4728	.4742	.4757
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843	.4857	.4871	.4886	.4900
3.1	.4914	.4928	.4942	.4955	.4969	.4983	.4997	.5011	.5024	.5038
3.2	.5051	.5065	.5079	.5092	.5105	.5119	.5132	.5145	.5159	.5172
3.3	.5185	.5198	.5211	.5224	.5237	.5250	.5263	.5276	.5289	.5302
3.4	.5315	.5328	.5340	.5353	.5366	.5378	.5391	.5403	.5416	.5428
3.5	.5441	.5453	.5465	.5478	.5490	.5502	.5514	.5527	.5539	.5551
3.6	.5563	.5575	.5587	.5599	.5611	.5623	.5635	.5647	.5658	.5670
3.7	.5682	.5694	.5705	.5717	.5729	.5740	.5752	.5763	.5775	.5786
3.8	.5798	.5809	.5821	.5832	.5843	.5855	.5866	.5877	.5888	.5899
3.9	.5911	.5922	.5933	.5944	.5955	.5966	.5977	.5988	.5999	.6010
4.0	.6021	.6031	.6042	.6053	.6064	.6075	.6085	.6096	.6107	.6117
4.1	.6128	.6138	.6149	.6160	.6170	.6180	.6191	.6201	.6212	.6222
4.2	.6232	.6243	.6253	.6263	.6274	.6284	.6294	.6304	.6314	.6325
4.3	.6335	.6345	.6355	.6365	.6375	.6385	.6395	.6405	.6415	.6425
4.4	.6435	.6444	.6454	.6464	.6474	.6484	.6493	.6503	.6513	.6522
4.5	.6532	.6542	.6551	.6561	.6571	.6580	.6590	.6599	.6609	.6618
4.6	.6628	.6637	.6646	.6656	.6665	.6675	.6684	.6693	.6702	.6712
4.7	.6721	.6730	.6739	.6749	.6758	.6767	.6776	.6785	.6794	.6803
4.8	.6812	.6821	.6830	.6839	.6848	.6857	.6866	.6875	.6884	.6893
4.9	.6902	.6911	.6920	.6928	.6937	.6946	.6955	.6964	.6972	.6981
5.0	.6990	.6998	.7007	.7016	.7024	.7033	.7042	.7050	.7059	.7067
5.1	.7076	.7084	.7093	.7101	.7110	.7118	.7126	.7135	.7143	.7152
5.2	.7160	.7168	.7177	.7185	.7193	.7202	.7210	.7218	.7226	.7235
5.3	.7243	.7251	.7259	.7267	.7275	.7284	.7292	.7300	.7308	.7316
5.4	.7324	.7332	.7340	.7348	.7356	.7364	.7372	.7380	.7388	.7396

上表は小数第５位を四捨五入して小数第４位までの値を表わしている．

例えば，２行目の 10 個の近似値は左から順に

$\log_{10} 1.1 = 0.0414$, $\log_{10} 1.11 = 0.0453$, $\log_{10} 1.12 = 0.0492$, $\cdots$, $\log_{10} 1.19 = 0.0755$

例　表より $\log_{10} 3 = 0.4771$，$\log_{10} 3.64 = 0.5611$