

4

(60 点)

n を正の整数とし、 $C_1, \dots, C_n$ を n 枚の硬貨とする。各 $k = 1, \dots, n$ に対し、硬貨 C_k を投げて表が出る確率を p_k 、裏が出る確率を $1 - p_k$ とする。この n 枚の硬貨を同時に投げ、表が出た硬貨の枚数が奇数であれば成功、というゲームを考える。

(1) $p_k = \frac{1}{3}$ ($k = 1, \dots, n$) のとき、このゲームで成功する確率 X_n を求めよ。

(2) $p_k = \frac{1}{2(k+1)}$ ($k = 1, \dots, n$) のとき、このゲームで成功する確率 Y_n を求めよ。

(3) $n = 3m$ (m は正の整数) で、 $k = 1, \dots, 3m$ に対して

$$p_k = \begin{cases} \frac{1}{3m} & (k = 1, \dots, m) \\ \frac{2}{3m} & (k = m + 1, \dots, 2m) \\ \frac{1}{m} & (k = 2m + 1, \dots, 3m) \end{cases}$$

とする。このゲームで成功する確率を Z_{3m} とするとき、 $\lim_{m \rightarrow \infty} Z_{3m}$ を求めよ。