第3問 (必答問題) (配点 22)

k を0でない実数とし，$f(x)$ を2次関数とする。$F(x)$ と $G(x)$ はどちらも導関数が $f(x)$ であるような関数で，$F(x)$ は $x=0$ で極小値0をとり，$G(x)$ は $x=k$ で極大値0をとるとする。

(1) まず，$F(x)=2x^3+3x^2$ の場合を考える。

$F(x)$ の導関数が $f(x)$ であることから

$$f(x)=\boxed{\text{ア}}\,x^2+\boxed{\text{イ}}\,x$$

であり，$F(x)$ は $x=\boxed{\text{ウエ}}$ で極大値をとる。また，$G(x)$ の導関数が $f(x)$ であることから

$$G(x)=\boxed{\text{オ}}\,x^3+\boxed{\text{カ}}\,x^2+C \quad (C\text{は積分定数})$$

と表され，$G(x)$ は $x=\boxed{\text{キ}}$ で極小値をとる。さらに $G(x)$ に関する条件から $C=\boxed{\text{クケ}}$ である。

(2) 次に，$k>0$ の場合を考える。

このとき，$F(x)$ と $G(x)$ に関する条件から，$y=F(x)$ のグラフと $F(x)$，$G(x)$ の極値について調べよう。

(i) $F(x)$ が $x=0$ で極小値をとることから，$f(0)=\boxed{\text{コ}}$ であり，$x=0$ の前後で $f(x)$ の符号は $\boxed{\text{サ}}$。さらに，$G(x)$ が $x=k$ で極大値をとることから，$f(k)=\boxed{\text{シ}}$ であり，$x=k$ の前後で $f(x)$ の符号は $\boxed{\text{ス}}$。したがって，$F(x)$ の導関数は $f(x)$ であることに注意すると，座標平面において $y=F(x)$ のグラフの概形は $\boxed{\text{セ}}$ であることがわかる。

(数学Ⅱ，数学B，数学C第3問は次ページに続く。)

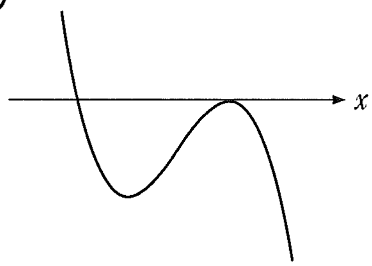
$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{ス}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 負から正に変わる　　① 正から負に変わる

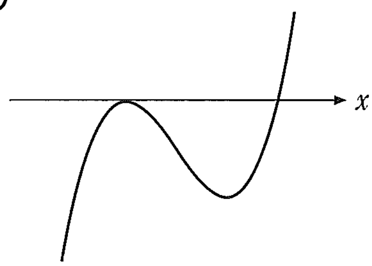
② 変わらない

$\boxed{\text{セ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。なお，y 軸は省略しているが，上方向が正の方向であり，x 軸は直線 $y = 0$ を表している。

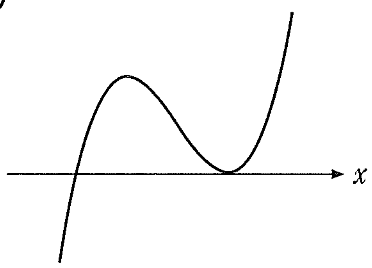
⓪



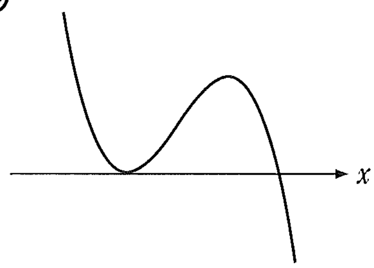
①



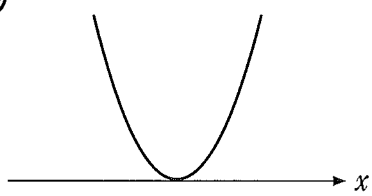
②



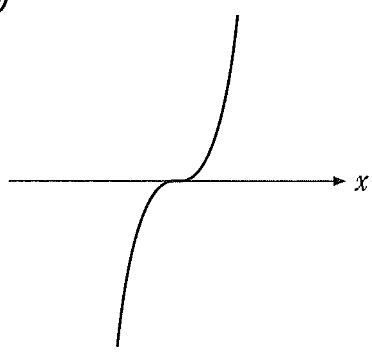
③



④



⑤



（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ第３問は次ページに続く。）

(ii) $F(x)$に関する条件から，すべての実数xに対して

$$F(x)=\int_{\boxed{\text{タ}}}^{\boxed{\text{ソ}}} f(t)\,dt$$

が成り立つ。このことと(i)の考察により，$F(x)$の極大値は

$$\int_{\boxed{\text{ツ}}}^{\boxed{\text{チ}}} f(t)\,dt$$

と表され，$F(x)$の極大値は，関数$y=$ $\boxed{\text{テ}}$ のグラフとx軸で囲まれた図形の $\boxed{\text{ト}}$ と等しいことがわかる。

さらに$G(x)$に関する条件から，$F(x)$の極大値は，$G(x)$の $\boxed{\text{ナ}}$ と等しいことがわかる。

(数学Ⅱ，数学B，数学C第3問は次ページに続く。)

$\boxed{ソ}$ ～ $\boxed{ツ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 0	① 1	② k	③ x

$\boxed{テ}$ の解答群

⓪ $f(x)$	① $F(x)$	② $G(x)$

$\boxed{ト}$ の解答群

⓪ 面積	① 面積の -1 倍

$\boxed{ナ}$ の解答群

⓪ 極小値	① 極大値
② 極小値の -1 倍	③ 極大値の -1 倍