

## 数学Ⅱ, 数学B, 数学C

### 第2問 (必答問題) (配点 15)

以下の問題を解答するにあたっては, 必要に応じて12, 13ページの常用対数表を用いてもよい。

学校の池でメダカを飼うことが決まり, メダカの飼育係になった花子さんは, 水質を良くする効果がある水草Aを水面に浮かべることにした。一方で, 水草Aが増えすぎてメダカに悪影響を与えることを心配した花子さんは, 水草Aを定期的に除去することにし, その作業の計画を立てるために次の**基本方針**を定めた。

#### 基本方針

- 水草Aの量を水草Aが池の水面を覆う面積の割合(%)で測ることにし, この量をもとに作業計画を立てる。
- 作業は正午に行う。

数学II, 数学B, 数学C

(1) 水草Aの増え方を知るために、観測を行った。次の表は、観測を開始した日を0日目として、0日目、3日目、6日目、9日目の正午に観測した水草Aの量を表したものである。

観測日(日目)	0	3	6	9
水草Aの量(%)	17.2	22.7	30.0	39.6

$\frac{22.7}{17.2} = 1.319 \dots$   
 $\frac{30.0}{22.7} = 1.32 \dots$   
 $\frac{39.6}{30.0} = 1.32$

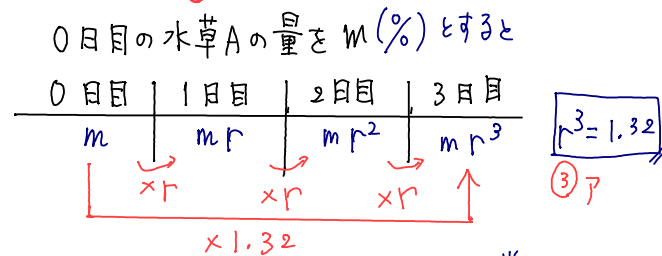
水草Aの量が3日ごとに何倍に増えるのかを計算して小数第3位を四捨五入したところ、いずれも1.32倍であることがわかった。水草Aの量は、3日ごとにほとんど同じ倍率で増えていることから、「水草Aの量は、1日ごとに一定の倍率で増える」と考え、その倍率を定数 $r$ とした。

観測結果から、3日目の水草Aの量は0日目の量の1.32倍になると考えた。

このとき、 $r$ は  $r^3 = 1.32$  を満たす。  $\log_{10} 1.32 = 0.1206$  であるので

$\log_{10} r = 0.0402$   
 ウエオカ (2点)

が得られる。



アの解答群

- ①  $r$       ②  $\frac{r}{3}$       ③  $3r$       ④  $r^3$       ⑤  $3^r$       ⑥  $\log_3 r$

常用対数表を用いて  $\log_{10} 1.32 = 0.1206$

イについては、最も適当なものを、次の①~⑦のうちから一つ選べ。

- ① 0.0899      ② 0.1206      ③ 0.1523      ④ 0.2148  
 ⑤ 0.2405      ⑥ 0.3010      ⑦ 0.3636      ⑧ 0.4771

$r^3 = 1.32$   
 $\log_{10} r^3 = \log_{10} 1.32$   
 $3 \log_{10} r = 0.1206$   
 $2 \times \frac{1}{3}$   
 $\log_{10} r = \frac{0.1206}{3}$   
 $= 0.0402$   
 ウエオカ

数学Ⅱ, 数学B, 数学C

(2) 花子さんは、基本方針に次の条件を加えて、作業計画を立てることにした。

- 条件
- 作業は14日ごとに行う。
  - 作業の後に残す水草Aの量を、次回の作業までの間に水草Aの量がつねに60%を超えない範囲で、できるだけ多くする。

作業の後に残す水草Aの量について考える。

作業を行った日を0日目として、次回の作業は14日目に行う。なお、作業にかかる時間は考えないものとする。

次のような実数  $a$  を考える。作業の後に残す水草Aの量を  $a\%$  としたとき、14日目の正午に水草Aの量がちょうど60%になる。

このとき、(1)の定数  $r$  を用いると、14日目の正午に水草Aの量は  $a$  の

$r^{14}$  倍になるので

$$a \times r^{14} = 60 \quad \text{..... ①}$$

③キ  $r^{14}$  (キ, クケゴ2点)

が成り立つ。

0日目	$\xrightarrow{\times r^{14}}$	14日目	
$a\%$		$a \times r^{14}$	$= \boxed{60} (\%) \quad \text{--- ①}$
		③キ	クケ

[次ページの問題]

①の両辺の常用対数をとると

$$\log_{10} a \cdot r^{14} = \log_{10} 6 \cdot 10$$

$$\log_{10} a + 14 \log_{10} r = \log_{10} 6 + \log_{10} 10$$

$$\log_{10} a + \underbrace{14 \times 0.0402}_{0.5628} = \underbrace{0.7782 + 1}_{1.7782}$$

$$\begin{aligned} \therefore \log_{10} a &= 1.7782 - 0.5628 \\ &= \boxed{1.2154} \quad \text{③コ} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 0.0402 \\ \times 14 \\ \hline 1608 \\ 402 \\ \hline 0.5628 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \log_{10} r = 0.0402 \\ \log_{10} 6 = 0.7782 \\ \log_{10} 10 = 1 \\ \hline 1.7782 \\ - 0.5628 \\ \hline 1.2154 \end{array}$$

数学Ⅱ, 数学B, 数学C

①の両辺の常用対数を取り, (1)で求めた  $\log_{10} r = 0.$  0402 と  
ウエオカ  
 $\log_{10} 6 = 0.7782$  であることを用いると,  $\log_{10} a =$  1.2154 となる。  
③ (3点)

$a$  の決め方から, 作業の後に残す水草Aの量を  $a\%$  以下にすれば, 次回の作業までの間に水草Aの量がつねに  $60\%$  を超えないことがわかる。 $a$  以下で最大の整数は 16 であることから, 花子さんは作業の後に残す水草Aの量を 16 サシ (3点)  $\%$  にすることとした。  
サシ

キ の解答群

- ①  $r$       ②  $\frac{r}{14}$       ③  $14r$       ④  $r^{14}$       ⑤  $14^r$       ⑥  $\log_{14} r$

コ については, 最も適当なものを, 次の①~⑦のうちから一つ選べ。

- ① 0.7758      ② 1.0670      ③ 1.0934      ④ 1.2154  
 ⑤ 1.3410      ⑥ 1.4894      ⑦ 1.7806      ⑧ 2.4666

$$\begin{aligned} \log_{10} a &= 1.2154 \\ &= 1 + 0.2154 \end{aligned}$$

常用対数表を用いて

$$\log_{10} 1.64 = 0.2148$$

$$\log_{10} 1.65 = 0.2157$$

よ)

$$0.2148 < 0.2154 < 0.2157$$

$$1 + 0.2148 < 1 + 0.2154 < 1 + 0.2157$$

$$\log_{10} 10 + \log_{10} 1.64 < \log_{10} a < \log_{10} 10 + \log_{10} 1.65$$

$$\log_{10} 16.4 < \log_{10} a < \log_{10} 16.5$$

すなわち  $16.4 < a < 16.5$

よて  $a$  以下の最大の整数は 16 サシ

数学 II, 数学 B, 数学 C

常用对数表

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374
1.1	0.0414	0.0453	0.0492	0.0531	0.0569	0.0607	0.0645	0.0682	0.0719	0.0755
1.2	0.0792	0.0828	0.0864	0.0899	0.0934	0.0969	0.1004	0.1038	0.1072	0.1106
1.3	0.1139	0.1173	0.1206	0.1239	0.1271	0.1303	0.1335	0.1367	0.1399	0.1430
1.4	0.1461	0.1492	0.1523	0.1553	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1732
1.5	0.1761	0.1790	0.1818	0.1847	0.1875	0.1903	0.1931	0.1959	0.1987	0.2014
1.6	0.2041	0.2068	0.2095	0.2122	0.2148	0.2175	0.2201	0.2227	0.2253	0.2279
1.7	0.2304	0.2330	0.2355	0.2380	0.2405	0.2430	0.2455	0.2480	0.2504	0.2529
1.8	0.2553	0.2577	0.2601	0.2625	0.2648	0.2672	0.2695	0.2718	0.2742	0.2765
1.9	0.2788	0.2810	0.2833	0.2856	0.2878	0.2900	0.2923	0.2945	0.2967	0.2989
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075	0.3096	0.3118	0.3139	0.3160	0.3181	0.3201
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284	0.3304	0.3324	0.3345	0.3365	0.3385	0.3404
2.2	0.3424	0.3444	0.3464	0.3483	0.3502	0.3522	0.3541	0.3560	0.3579	0.3598
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674	0.3692	0.3711	0.3729	0.3747	0.3766	0.3784
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	0.3856	0.3874	0.3892	0.3909	0.3927	0.3945	0.3962
2.5	0.3979	0.3997	0.4014	0.4031	0.4048	0.4065	0.4082	0.4099	0.4116	0.4133
2.6	0.4150	0.4166	0.4183	0.4200	0.4216	0.4232	0.4249	0.4265	0.4281	0.4298
2.7	0.4314	0.4330	0.4346	0.4362	0.4378	0.4393	0.4409	0.4425	0.4440	0.4456
2.8	0.4472	0.4487	0.4502	0.4518	0.4533	0.4548	0.4564	0.4579	0.4594	0.4609
2.9	0.4624	0.4639	0.4654	0.4669	0.4683	0.4698	0.4713	0.4728	0.4742	0.4757
3.0	0.4771	0.4786	0.4800	0.4814	0.4829	0.4843	0.4857	0.4871	0.4886	0.4900
3.1	0.4914	0.4928	0.4942	0.4955	0.4969	0.4983	0.4997	0.5011	0.5024	0.5038
3.2	0.5051	0.5065	0.5079	0.5092	0.5105	0.5119	0.5132	0.5145	0.5159	0.5172
3.3	0.5185	0.5198	0.5211	0.5224	0.5237	0.5250	0.5263	0.5276	0.5289	0.5302
3.4	0.5315	0.5328	0.5340	0.5353	0.5366	0.5378	0.5391	0.5403	0.5416	0.5428
3.5	0.5441	0.5453	0.5465	0.5478	0.5490	0.5502	0.5514	0.5527	0.5539	0.5551
3.6	0.5563	0.5575	0.5587	0.5599	0.5611	0.5623	0.5635	0.5647	0.5658	0.5670
3.7	0.5682	0.5694	0.5705	0.5717	0.5729	0.5740	0.5752	0.5763	0.5775	0.5786
3.8	0.5798	0.5809	0.5821	0.5832	0.5843	0.5855	0.5866	0.5877	0.5888	0.5899
3.9	0.5911	0.5922	0.5933	0.5944	0.5955	0.5966	0.5977	0.5988	0.5999	0.6010
4.0	0.6021	0.6031	0.6042	0.6053	0.6064	0.6075	0.6085	0.6096	0.6107	0.6117
4.1	0.6128	0.6138	0.6149	0.6160	0.6170	0.6180	0.6191	0.6201	0.6212	0.6222
4.2	0.6232	0.6243	0.6253	0.6263	0.6274	0.6284	0.6294	0.6304	0.6314	0.6325
4.3	0.6335	0.6345	0.6355	0.6365	0.6375	0.6385	0.6395	0.6405	0.6415	0.6425
4.4	0.6435	0.6444	0.6454	0.6464	0.6474	0.6484	0.6493	0.6503	0.6513	0.6522
4.5	0.6532	0.6542	0.6551	0.6561	0.6571	0.6580	0.6590	0.6599	0.6609	0.6618
4.6	0.6628	0.6637	0.6646	0.6656	0.6665	0.6675	0.6684	0.6693	0.6702	0.6712
4.7	0.6721	0.6730	0.6739	0.6749	0.6758	0.6767	0.6776	0.6785	0.6794	0.6803
4.8	0.6812	0.6821	0.6830	0.6839	0.6848	0.6857	0.6866	0.6875	0.6884	0.6893
4.9	0.6902	0.6911	0.6920	0.6928	0.6937	0.6946	0.6955	0.6964	0.6972	0.6981
5.0	0.6990	0.6998	0.7007	0.7016	0.7024	0.7033	0.7042	0.7050	0.7059	0.7067
5.1	0.7076	0.7084	0.7093	0.7101	0.7110	0.7118	0.7126	0.7135	0.7143	0.7152
5.2	0.7160	0.7168	0.7177	0.7185	0.7193	0.7202	0.7210	0.7218	0.7226	0.7235
5.3	0.7243	0.7251	0.7259	0.7267	0.7275	0.7284	0.7292	0.7300	0.7308	0.7316
5.4	0.7324	0.7332	0.7340	0.7348	0.7356	0.7364	0.7372	0.7380	0.7388	0.7396

$\log_{10} 1.32 \rightarrow$

## 数学 II, 数学 B, 数学 C

$\log_{10} 6 \rightarrow$

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	0.7404	0.7412	0.7419	0.7427	0.7435	0.7443	0.7451	0.7459	0.7466	0.7474
5.6	0.7482	0.7490	0.7497	0.7505	0.7513	0.7520	0.7528	0.7536	0.7543	0.7551
5.7	0.7559	0.7566	0.7574	0.7582	0.7589	0.7597	0.7604	0.7612	0.7619	0.7627
5.8	0.7634	0.7642	0.7649	0.7657	0.7664	0.7672	0.7679	0.7686	0.7694	0.7701
5.9	0.7709	0.7716	0.7723	0.7731	0.7738	0.7745	0.7752	0.7760	0.7767	0.7774
6.0	0.7782	0.7789	0.7796	0.7803	0.7810	0.7818	0.7825	0.7832	0.7839	0.7846
6.1	0.7853	0.7860	0.7868	0.7875	0.7882	0.7889	0.7896	0.7903	0.7910	0.7917
6.2	0.7924	0.7931	0.7938	0.7945	0.7952	0.7959	0.7966	0.7973	0.7980	0.7987
6.3	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041	0.8048	0.8055
6.4	0.8062	0.8069	0.8075	0.8082	0.8089	0.8096	0.8102	0.8109	0.8116	0.8122
6.5	0.8129	0.8136	0.8142	0.8149	0.8156	0.8162	0.8169	0.8176	0.8182	0.8189
6.6	0.8195	0.8202	0.8209	0.8215	0.8222	0.8228	0.8235	0.8241	0.8248	0.8254
6.7	0.8261	0.8267	0.8274	0.8280	0.8287	0.8293	0.8299	0.8306	0.8312	0.8319
6.8	0.8325	0.8331	0.8338	0.8344	0.8351	0.8357	0.8363	0.8370	0.8376	0.8382
6.9	0.8388	0.8395	0.8401	0.8407	0.8414	0.8420	0.8426	0.8432	0.8439	0.8445
7.0	0.8451	0.8457	0.8463	0.8470	0.8476	0.8482	0.8488	0.8494	0.8500	0.8506
7.1	0.8513	0.8519	0.8525	0.8531	0.8537	0.8543	0.8549	0.8555	0.8561	0.8567
7.2	0.8573	0.8579	0.8585	0.8591	0.8597	0.8603	0.8609	0.8615	0.8621	0.8627
7.3	0.8633	0.8639	0.8645	0.8651	0.8657	0.8663	0.8669	0.8675	0.8681	0.8686
7.4	0.8692	0.8698	0.8704	0.8710	0.8716	0.8722	0.8727	0.8733	0.8739	0.8745
7.5	0.8751	0.8756	0.8762	0.8768	0.8774	0.8779	0.8785	0.8791	0.8797	0.8802
7.6	0.8808	0.8814	0.8820	0.8825	0.8831	0.8837	0.8842	0.8848	0.8854	0.8859
7.7	0.8865	0.8871	0.8876	0.8882	0.8887	0.8893	0.8899	0.8904	0.8910	0.8915
7.8	0.8921	0.8927	0.8932	0.8938	0.8943	0.8949	0.8954	0.8960	0.8965	0.8971
7.9	0.8976	0.8982	0.8987	0.8993	0.8998	0.9004	0.9009	0.9015	0.9020	0.9025
8.0	0.9031	0.9036	0.9042	0.9047	0.9053	0.9058	0.9063	0.9069	0.9074	0.9079
8.1	0.9085	0.9090	0.9096	0.9101	0.9106	0.9112	0.9117	0.9122	0.9128	0.9133
8.2	0.9138	0.9143	0.9149	0.9154	0.9159	0.9165	0.9170	0.9175	0.9180	0.9186
8.3	0.9191	0.9196	0.9201	0.9206	0.9212	0.9217	0.9222	0.9227	0.9232	0.9238
8.4	0.9243	0.9248	0.9253	0.9258	0.9263	0.9269	0.9274	0.9279	0.9284	0.9289
8.5	0.9294	0.9299	0.9304	0.9309	0.9315	0.9320	0.9325	0.9330	0.9335	0.9340
8.6	0.9345	0.9350	0.9355	0.9360	0.9365	0.9370	0.9375	0.9380	0.9385	0.9390
8.7	0.9395	0.9400	0.9405	0.9410	0.9415	0.9420	0.9425	0.9430	0.9435	0.9440
8.8	0.9445	0.9450	0.9455	0.9460	0.9465	0.9469	0.9474	0.9479	0.9484	0.9489
8.9	0.9494	0.9499	0.9504	0.9509	0.9513	0.9518	0.9523	0.9528	0.9533	0.9538
9.0	0.9542	0.9547	0.9552	0.9557	0.9562	0.9566	0.9571	0.9576	0.9581	0.9586
9.1	0.9590	0.9595	0.9600	0.9605	0.9609	0.9614	0.9619	0.9624	0.9628	0.9633
9.2	0.9638	0.9643	0.9647	0.9652	0.9657	0.9661	0.9666	0.9671	0.9675	0.9680
9.3	0.9685	0.9689	0.9694	0.9699	0.9703	0.9708	0.9713	0.9717	0.9722	0.9727
9.4	0.9731	0.9736	0.9741	0.9745	0.9750	0.9754	0.9759	0.9763	0.9768	0.9773
9.5	0.9777	0.9782	0.9786	0.9791	0.9795	0.9800	0.9805	0.9809	0.9814	0.9818
9.6	0.9823	0.9827	0.9832	0.9836	0.9841	0.9845	0.9850	0.9854	0.9859	0.9863
9.7	0.9868	0.9872	0.9877	0.9881	0.9886	0.9890	0.9894	0.9899	0.9903	0.9908
9.8	0.9912	0.9917	0.9921	0.9926	0.9930	0.9934	0.9939	0.9943	0.9948	0.9952
9.9	0.9956	0.9961	0.9965	0.9969	0.9974	0.9978	0.9983	0.9987	0.9991	0.9996