

第1問 (必答問題) (配点 15)

(1) $0 \leq \theta < \pi$ のとき, 方程式

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2\theta \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

の解を求めよう。以下では, $\alpha = \theta + \frac{\pi}{6}$, $\beta = 2\theta$ とおく。このとき, ①は

$$\sin \alpha = \sin \beta \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

となる。

(i) 二つの一般角 α と β が等しければ, $\sin \alpha$ と $\sin \beta$ は等しい。 $\alpha = \beta$ を満たす

θ は $\frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}$ であり, これは①の解の一つである。そして, $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}$ の

とき

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

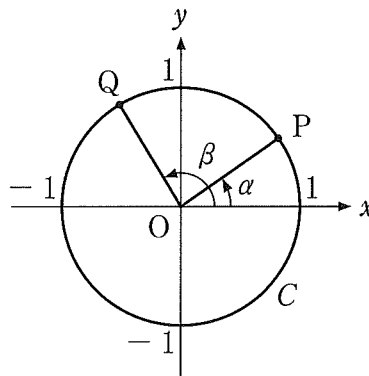
となる。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第1問は次ページに続く。)

- (ii) 太郎さんと花子さんは、 $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}$ 以外の①の解を求める方法について話している。

太郎：角が等しくなくても、サインの値が等しくなることがあるね。
 花子：サインの値が等しくなるのはどんなときか、単位円を用いて考えてみようか。

O を原点とする座標平面において、中心が O で、半径が 1 の円を C とする。さらに、 α の動径と C との交点を P、 β の動径と C との交点を Q とする。ここで、動径は O を中心とし、その始線は x 軸の正の部分とする。



参考図

- ② が成り立つときに、点 P と点 Q の間につねに成り立つ関係の記述として、次の①～③のうち、正しいものは $\boxed{\text{エ}}$ である。

$\boxed{\text{エ}}$ の解答群

- ① 点 P と点 Q は同じ点である。
- ② 点 P の x 座標と、点 Q の x 座標が等しい。
- ③ 点 P の y 座標と、点 Q の y 座標が等しい。
- ④ 点 P と点 Q は、原点 O に関して対称である。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ, 数学B, 数学C

(iii) $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}$ とする。

- $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の場合を考える。このとき, $0 \leq \beta \leq \pi$ であるので, ② が成り立つとき, (ii) で考察したことに注意すると, α と β は

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{オ}}$$

を満たすことがわかる。これより, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のときの ① の解

$$\theta = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}} \pi$$

を得る。

- $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ の場合を考える。このとき, $\pi < \beta < 2\pi$ であるので, ② が成り立つとき, (ii) で考察したことに注意すると, α と β は

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{ケ}}$$

を満たすことがわかる。これより, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ のときの ① の解

$$\theta = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}} \pi$$

を得る。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第1問は次ページに続く。)

以上より, $0 \leq \theta < \pi$ のとき, ①の解は

$$\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}, \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}} \pi, \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}} \pi$$

である。

オ, ケ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① 0	② $\frac{\pi}{2}$	③ π	④ $\frac{3}{2}\pi$
⑤ 2π	⑥ $\frac{5}{2}\pi$	⑦ 3π	⑧ $\frac{7}{2}\pi$

(2) $0 \leq \theta < \pi$ のとき, 方程式

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \cos 2\theta$$

の解は

$$\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{セ}}}, \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}} \pi$$

である。