

数学 I, 数学 A

第 4 問 (配点 20)

ある行事で、主催者が次のゲームを計画している。

ゲーム

参加者はくじを最大 3 回引き、当たりが出たら、1200 円相当の景品を主催者から受け取り、以降はくじを引かない。参加者はくじを 1 回目、2 回目、3 回目で異なる箱から引く。1 回目のくじ引きで当たりが出なかった場合は 2 回目のくじを引き、2 回目のくじ引きでも当たりが出なかった場合は 3 回目のくじを引く。主催者は、当たりの出る確率について次のとおり設定する。

- 1 回目に当たりが出る確率は $\frac{3}{16}$ である。
 $\downarrow - \frac{1}{16}$
- 1 回目に当たりが出ず、かつ 2 回目に当たりが出る確率は $\frac{1}{8}$ である。
 $\downarrow - \frac{1}{16}$
- 1 回目、2 回目ともに当たりが出ず、かつ 3 回目に当たりが出る確率は $\frac{1}{16}$
である。
 $\downarrow - \frac{1}{16}$
 $\frac{1}{16}$ ずっと減らす

ゲームの参加料について、主催者は 2 種類の支払い方法を考えている。参加料に関する設定の妥当性について、主催者は判断を行う。

$$\frac{3}{16} + \frac{1}{8} = \boxed{\frac{5}{16}}$$

ア
イウ

(1) 1 回目または 2 回目に当たりが出る確率は $\boxed{\frac{5}{16}}$ である。このことから、

$$\boxed{\frac{5}{16}} \text{ ア}$$

$$\boxed{\frac{11}{16}} \text{ イウ (3点)}$$

1 回目、2 回目ともに当たりが出ない確率は $\boxed{\frac{11}{16}}$ であることがわかる。

$$1 - \frac{5}{16} = \boxed{\frac{11}{16}}$$

イ
カキ

$$\boxed{\frac{11}{16}} \text{ イ
カキ (3点)}$$

1 回も当たりが出ない確率は $\boxed{\frac{5}{8}}$ である。

↓ 余事象の確率
 $\boxed{\frac{5}{8}}$ ケ (3点)

3 回目までに当たりが出る確率は $\frac{3}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

(1 回目または 2 回目または 3 回目に当たりが出る確率)

$$1 - \frac{3}{8} = \boxed{\frac{5}{8}}$$

ケ

数学 I , 数学 A

以下では、主催者が参加者に対して負担する金額を X 円とする。すなわち、参加者がゲームで景品を受け取るとき $X = 1200$ 、参加者がゲームで景品を受け取らないとき $X = 0$ である。

(2)

- (i) 数量 X の期待値は **450** である。なお、必要に応じて、次に示す表を用いて考えてもよい。

(i) より

X	0	1200	計
確率	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$	1

$$\begin{aligned} E(x) &= 0 \cdot \frac{5}{8} + 1200 \cdot \frac{3}{8} \\ &= \boxed{450} \end{aligned}$$

コサシ

- (ii) 次の支払い方法 1 を考える。

↑
出催者が平均に 450 円負担する

支払い方法 1

参加者は 1 回目のくじを引く直前に参加料 500 円を支払う。

主催者の立場
になって考えるといい

主催者が
もうかるとき
妥当であると
判断する

支払い方法 1 の場合、主催者が負担する金額 X 円の期待値が、参加料の金額 500 円未満であるとき、主催者は参加料の設定は妥当であると判断し、参加料の金額 500 円以上であるとき、参加料の設定は妥当ではないと判断する。
未満である

(i) で求めた X 円の期待値 **450** 円は参加料の金額 500 円 **①** し

たがって、主催者は参加料 500 円という設定について **①** と判断する。

妥当である
セ (スセゼ 1 点)

ス の解答群

① 未満である

① 以上である

負担する
期待値 450 円
は
参加料 500 円
未満である **①** **ス**
ので
主催者は
 $500 - 450 = 50$ (円)

もうかる。
よて 主催者は
妥当である
と判断する

セ の解答群

① 妥当である

① 妥当ではない

① **セ**

数学 I, 数学 A

(3) a を正の整数とする。次の支払い方法 2 を考える。

支払い方法 2

参加者は 1 回目, 2 回目, 3 回目のくじを引く直前にそれぞれ料金 a 円を支払う。なお、この料金をくじ引き料といい、当たりが出た後は、くじを引かないため、くじ引き料を支払わないことになる。

支払い方法 2 で、ゲームを通して参加者が支払うくじ引き料の合計を参加料とし、 Y 円で表す。

(i) $a = 170$ とする。このとき、次が成り立つ。

- 1 回目に当たりが出るとき、 $Y = 170$ である。
- 1 回目に当たりが出ず、かつ 2 回目に当たりが出るとき、 $Y = 340$ である。
- 1 回目、2 回目ともに当たりが出ないとき、 $Y = 510$ である。 ← 3回目に当たりが出なくても 510円払うことに注意

E(Y) と表す
数量 Y の期待値は 425 である。なお、必要に応じて、次に示す表を用いて考えてもよい。

Y	170	340	510	計
確率	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{11}{16}$	1

↑
1回目に当たり
↑
2回目に当たり
↑
1回目、2回目ともに当たりが出ない

$$\begin{array}{r} 255 \\ \times 11 \\ \hline 255 \\ 255 \\ \hline 2805 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 E(Y) &= 170 \cdot \frac{3}{16} + 340 \cdot \frac{1}{8} + 510 \cdot \frac{11}{16} = \frac{85 \cdot 3 + 340 + 255 \cdot 11}{8} \\
 &= \frac{255 + 340 + 2805}{8} = \frac{3400}{8} \\
 &= \boxed{425}, \text{ やや}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 425 \\ \times 32 \\ \hline 16 \\ 40 \\ 0 \end{array}$$

数学 I , 数学 A

(ii) 支払い方法 2 の場合, 主催者が負担する金額 X 円の期待値が, 参加料 Y 円

の期待値未満であるとき, 主催者はくじ引き料の設定は妥当であると判断し,

参加料 Y 円の期待値以上であるとき, くじ引き料の設定は妥当ではないと判

断する。

負担する
期待値 450円
は
参加料の期待値 25円

以上である

主催者は
 $425 - 450 = -25$ (円)

で 25円の損失になる

よて 主催者は

妥当ではない

と判断する

① ツ

(2) の (i) で求めた X 円の期待値 450 円は, $a = 170$ と設定した場合の

コサシ

以上である

支払い方法 2 で参加者が支払う参加料 Y 円の期待値 425 円 ①。

ソタチ

ツ

したがって, 主催者はくじ引き料 170 円という設定について ① と判断す

る。

妥当ではない テ (ツ, テ2点)

また, 主催者がくじ引き料の設定が妥当であると判断するのは

$E(Y) > E(X)$

$a > 180$ のときであり, 主催者がくじ引き料の設定が妥当ではないと判

断する

のは $a \leq 180$ のときである。

主催者が負担する金額より
参加料を高くしてもうける
場合

ツ の解答群

① 未満である

① 以上である

テ の解答群

① 妥当である

① 妥当ではない

Y	a	$2a$	$3a$	計
確率	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{11}{16}$	1

$\leftarrow a = 170$ と同じことを考える

$$E(Y) = a \cdot \frac{3}{16} + 2a \cdot \frac{1}{8} + 3a \cdot \frac{11}{16} = \frac{3a + 4a + 33a}{16} = \frac{40a}{16}$$

$$= \frac{5}{2}a$$

出儀者が妥当であると判断するのは $E(Y) > E(X)$ であるから

$$\frac{5}{2}a > 450$$

よて

$$a > 180$$