

数学 I, 数学 A

第 4 問 (配点 20)

ある行事で、主催者が次のゲームを計画している。

ゲーム

参加者はくじを最大 3 回引き、当たりが出たら、1200 円相当の景品を主催者から受け取り、以降はくじを引かない。参加者はくじを 1 回目, 2 回目, 3 回目で異なる箱から引く。1 回目のくじ引きで当たりが出なかった場合は 2 回目のくじを引く, 2 回目のくじ引きでも当たりが出なかった場合は 3 回目のくじを引く。主催者は、当たりの出る確率について次のとおり設定する。

- 1 回目に当たりが出る確率は $\frac{3}{16}$ である。
- 1 回目に当たりが出ず, かつ 2 回目に当たりが出る確率は $\frac{1}{8}$ である。
- 1 回目, 2 回目ともに当たりが出ず, かつ 3 回目に当たりが出る確率は $\frac{1}{16}$ である。

↓ - $\frac{1}{16}$
↓ - $\frac{1}{16}$
 $\frac{1}{16}$ ずつ減る

ゲームの参加料について、主催者は 2 種類の支払い方法を考えている。参加料に関する設定の妥当性について、主催者は判断を行う。

- (1) 1 回目または 2 回目に当たりが出る確率は $\frac{5}{16}$ (ア) である。このことから、
 1 回目, 2 回目ともに当たりが出ない確率は $\frac{11}{16}$ (エ) であることがわかる。
 1 回も当たりが出ない確率は $\frac{8}{8}$ (カ) である。
 3 回目までに当たりが出る確率は $\frac{3}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$
 (1 回目または 2 回目または 3 回目に当たりが出る確率)
 $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ (ク)

数学 I, 数学 A

以下では、主催者が参加者に対して負担する金額を X 円とする。すなわち、参加者がゲームで景品を受け取るとき $X = 1200$ 、参加者がゲームで景品を受け取らないとき $X = 0$ である。

- (2) $E(x)$ と表す
- (i) 数量 X の期待値は 450 である。なお、必要に応じて、次に示す表を用いて考えてもよい。 コサシ(3点)

(i) より

X	0	1200	計
確 率	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$	1

$$E(x) = 0 \cdot \frac{5}{8} + 1200 \cdot \frac{3}{8}$$

$$= \boxed{450}$$

コサシ

- (ii) 次の支払い方法 1 を考える。

↑
主催者が平均に 450円負担する

支払い方法 1

参加者は 1 回目のくじを引く直前に参加料 500 円を支払う。

主催者の立場
になって考えるとよい

主催者が
もうかるとき
妥当であると
判断する

支払い方法 1 の場合、主催者が負担する金額 X 円の期待値が、参加料の金額 500 円未満であるとき、主催者は参加料の設定は妥当であると判断し、参加料の金額 500 円以上であるとき、参加料の設定は妥当ではないと判断する。

(i) で求めた X 円の期待値 450 円は参加料の金額 500 円 0。したがって、主催者は参加料 500 円という設定について 0 と判断する。

↑
未満である

↑
妥当である
セ (ス、セど1点)

負担する
期待値 450円
は
参加料 500円
未満である
ので
主催者は
500 - 450 = 50 (円)

ス の解答群

0 未満である

1 以上である

もうかる。
よって主催者は
妥当であると
判断する

セ の解答群

0 妥当である

1 妥当ではない

↑
0セ

数学 I, 数学 A

(3) a を正の整数とする。次の支払い方法 2 を考える。

支払い方法 2

参加者は 1 回目, 2 回目, 3 回目のくじを引く直前にそれぞれ料金 a 円を支払う。なお, この料金をくじ引き料といい, 当たりが出た後は, くじを引かないため, くじ引き料を支払わないことになる。

支払い方法 2 で, ゲームを通して参加者が支払うくじ引き料の合計を参加料とし, Y 円で表す。

(i) $a = 170$ とする。このとき, 次が成り立つ。

- 1 回目に当たりが出るとき, $Y = 170$ である。
- 1 回目に当たりが出ず, かつ 2 回目に当たりが出るとき, $Y = 340$ である。
- 1 回目, 2 回目ともに当たりが出ないとき, $Y = 510$ である。 ← 3 回目に当たりが出なくても 510円払うことに注意

数量 Y の期待値は $E(Y)$ と表す 425 である。なお, 必要に応じて, 次に示す表を用いて考えてもよい。 ソタチ(3点)

Y	170	340	510	計
確率	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{11}{16}$	1

↑
1回目に
当たり
↑
2回目に
当たり
↑
1回目, 2回目ともに
当たりが出ない

$$\begin{array}{r} 255 \\ \times 11 \\ \hline 255 \\ 255 \\ \hline 2805 \end{array}$$

$$E(Y) = 170 \cdot \frac{3}{16} + 340 \cdot \frac{1}{8} + 510 \cdot \frac{11}{16} = \frac{85 \cdot 3 + 340 + 255 \cdot 11}{8}$$

$$= \frac{255 + 340 + 2805}{8} = \frac{3400}{8}$$

$$= \boxed{425} \text{ ソタチ}$$

$$\begin{array}{r} 425 \\ 8 \overline{) 3400} \\ \underline{32} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

