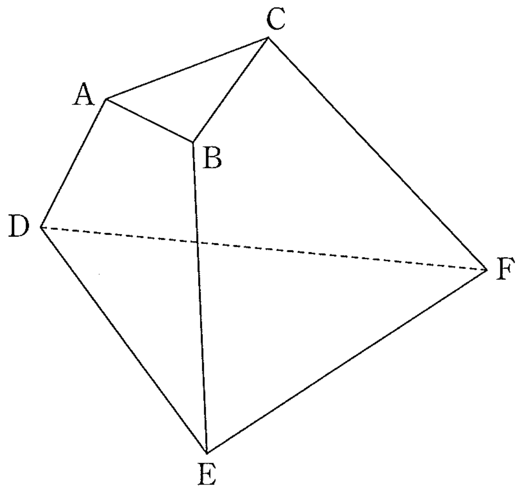
数学Ⅰ，数学A

第3問 (配点　20)

6点A，B，C，D，E，Fを頂点とし，三角形ABCとDEF，および四角形ABED，ACFD，BCFEを面とする五面体がある。ただし，直線ADとBEは平行でないとする。

以下では，例えば，面ABCを含む平面を平面ABC，面ABEDを含む平面を平面ABED，などということにする。



参考図

(数学Ⅰ，数学A第3問は次ページに続く。)

(1)　3 直線 AD，BE，CF は 1 点で交わる。これを証明しよう。

直線 AD と BE は平面 ABED 上にあり，平行でないので 1 点で交わる。その交点を P とする。

点 P は直線 AD 上にあり，直線 AD は平面 ABED と平面 $\boxed{\text{ア}}$ との交線であるから，点 P は平面 $\boxed{\text{ア}}$ 上にあることがわかる。

また，点 P は直線 BE 上にあり，直線 BE は平面 ABED と平面 $\boxed{\text{イ}}$ との交線であるから，点 P は平面 $\boxed{\text{イ}}$ 上にあることがわかる。

平面 $\boxed{\text{ア}}$ と平面 $\boxed{\text{イ}}$ との交線は直線 CF であるから，点 P は直線 CF 上にもあることがわかる。したがって，3 直線 AD，BE，CF は点 P で交わる。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ ABC	① DEF	② ACFD	③ BCFE

(数学Ⅰ，数学A第 3 問は次ページに続く。)

(2) 五面体において，面ABCは一辺の長さが3の正三角形であり

$$\mathrm{AD}=7,\quad \mathrm{BE}=11,\quad \mathrm{CF}=17,\quad \mathrm{DE}=9$$

であるとする。また，6点A，B，C，D，E，Fはある一つの球面上にあるとし，その球面をSとする。直線ADとBEの交点をPとする。

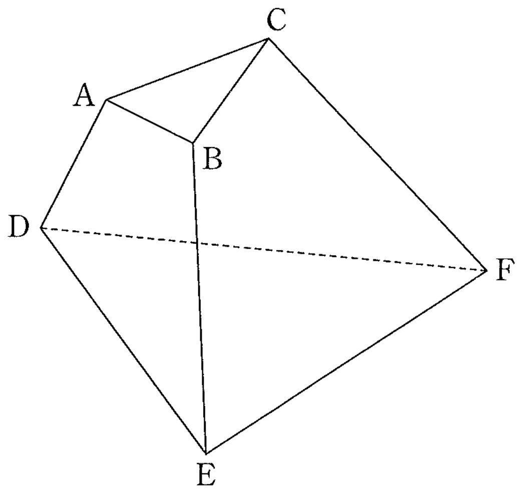
(i) 平面ABEDと球面Sが交わる部分は円であり，4点A，B，E，Dはその円周上にある。このことから，三角形PABとPEDは相似であることがわかり，その相似比は1：$\boxed{\text{ウ}}$である。したがって

$$\boxed{\text{ウ}}\,\mathrm{PA}=\mathrm{PB}+\boxed{\text{エオ}}$$
$$\boxed{\text{ウ}}\,\mathrm{PB}=\mathrm{PA}+\boxed{\text{カ}}$$

が成り立つ。よって

$$\mathrm{PA}=\boxed{\text{キ}},\quad \mathrm{PB}=\boxed{\text{ク}}$$

となる。



参考図(再掲)

(数学Ⅰ，数学A第3問は次ページに続く。)

(ii) 平面 BCFE と球面 S が交わる部分に着目すると，方べきの定理より

$$\mathrm{PC} = \boxed{\text{ケ}}$$

となる。したがって

$$\mathrm{EF} = \boxed{\text{コサ}}, \quad \mathrm{DF} = \boxed{\text{シス}}$$

となる。

(iii) ∠ADE，∠ADF，∠EDF の大きさに着目すると，次の命題 (a)，(b)，(c) の真偽の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{セ}}$ であることがわかる。

(a) 平面 ABED と平面 DEF は垂直である。
(b) 直線 DE は平面 ACFD に垂直である。
(c) 直線 AC と直線 DE は垂直である。

$\boxed{\text{セ}}$ の解答群

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(a)	真	真	真	真	偽	偽	偽	偽
(b)	真	真	偽	偽	真	真	偽	偽
(c)	真	偽	真	偽	真	偽	真	偽