〔2〕 図1のように，直線ℓ上の点Aにおいてℓに接する半径2の円を円Oとし，ℓ上の点Bにおいてℓに接する半径4の円を円O′とする。円OとO′は2点で交わるとし，その交点をP，Qとする。ただし，$\angle APB < \angle AQB$とする。さらに，$\angle PAB$は鋭角であるとする。このとき，$\triangle PAB$と$\triangle QAB$について考えよう。

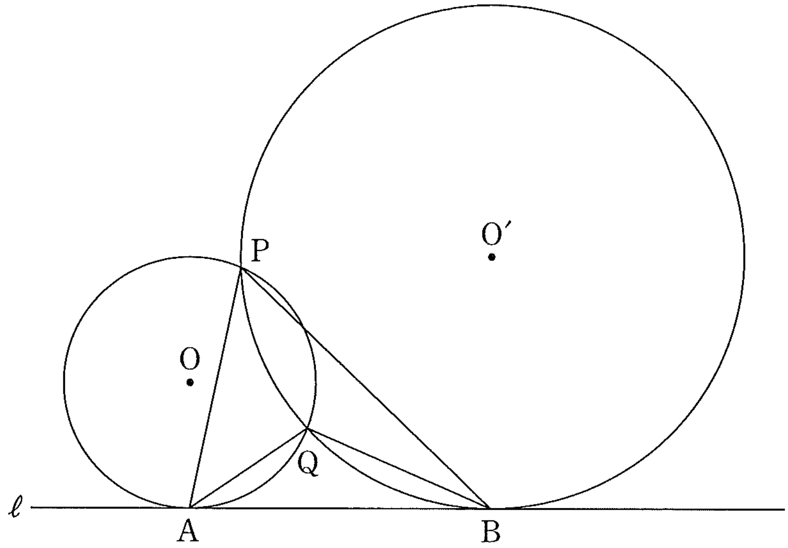

図　1

(1) $\angle PAB = \alpha$，$\angle PBA = \beta$とおく。

円Oの中心Oから直線PAに引いた垂線と直線PAとの交点をHとする。$\angle OAB = 90°$であるから，$\angle AOH = \alpha$である。よって，$\triangle OAH$に着目すると，$AH = \boxed{\text{コ}}\sin\alpha$であるから

$$PA = 2\,AH = \boxed{\text{サ}}\sin\alpha \qquad \cdots\cdots ①$$

である。

(数学Ⅰ，数学A第1問は次ページに続く。)

同様にして，円 O′ の中心 O′ から直線 PB に引いた垂線と直線 PB との交点を H′ とすると

$$\mathrm{PB} = 2\,\mathrm{BH}' = \boxed{\text{シ}}\sin\beta \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

であることもわかる。

また，△PAB の外接円の半径を R_1 とおくと，正弦定理により

$$\frac{\mathrm{PA}}{\sin\boxed{\text{ス}}} = \frac{\mathrm{PB}}{\sin\boxed{\text{セ}}} = 2R_1$$

が成り立つので

$$\mathrm{PA}\sin\boxed{\text{セ}} = \mathrm{PB}\sin\boxed{\text{ス}}$$

である。この式に，① と ② を代入することにより

$$\sin\boxed{\text{セ}} = \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}\,\sin\boxed{\text{ス}}$$

$$\mathrm{PB} = \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}\,\mathrm{PA}$$

となることがわかる。さらに

$$R_1 = \boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$$

が得られる。

$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ α	① β

(数学Ⅰ，数学A第1問は次ページに続く。)

(2)　太郎さんと花子さんは，(1)の考察を振り返っている。

太郎：△QAB の外接円の半径も求められるかな。

花子：(1)の R_1 の求め方を参考にすればよさそうだね。

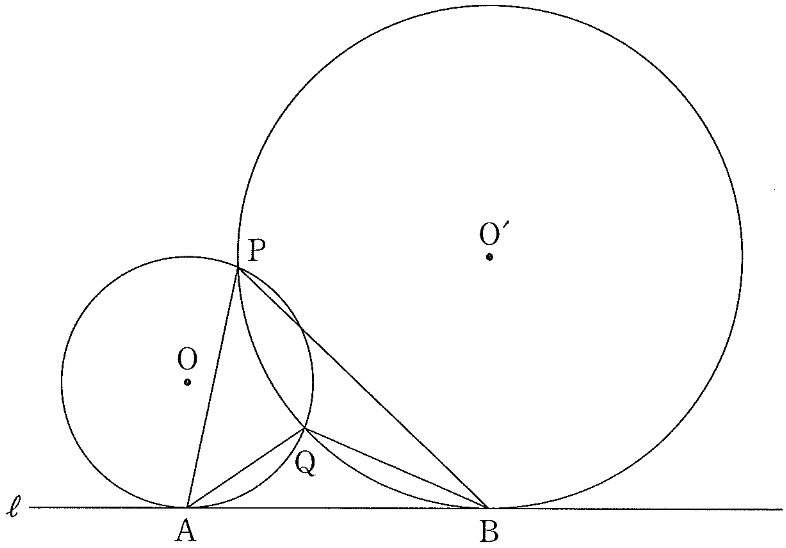

図 1 (再掲)

△PAB，△QAB の外接円の半径をそれぞれ R_1，R_2 とおく。このとき，R_1 $\boxed{\text{ツ}}$ R_2 である。さらに，$\sin\angle\mathrm{APB}$ $\boxed{\text{テ}}$ $\sin\angle\mathrm{AQB}$ であることもわかる。

$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $<$	① $=$	② $>$

(数学Ⅰ，数学A第1問は次ページに続く。)

(3) 太郎さんと花子さんは，これまでの考察をもとに，$\triangle$PAB と $\triangle$QAB の辺の長さについて考えている。

> 太郎：AB の長さが与えられれば，PA と QA の長さが求められそうだね。
>
> 花子：$\angle$APB < $\angle$AQB に注意して求めてみようよ。

$\mathrm{AB} = 2\sqrt{7}$ とする。このとき

$$\sin\angle\mathrm{APB} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{トナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。(1)より，$\mathrm{PB} = \sqrt{\boxed{\ \text{ソ}\ }}\,\mathrm{PA}$ であるから

$$\mathrm{PA} = \sqrt{\boxed{\text{ヌネ}}}$$

である。

同様に，$\mathrm{QA} = \sqrt{7}$ であることがわかる。