数学Ⅰ，数学A

（全　問　必　答）

第1問　（配点　30）

〔1〕　a，b を実数とする。x についての方程式

(10点)

$$(2a+4b-2)x^2+(5a+11)x-b-8=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。

(1)　$a=1$ とする。

b に着目すると，① の左辺は

$$(4x^2-1)b+16x-8 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

$$=(2x-1)(2x+1)b+8(2x-1)=(2x-1)\{(2x+1)b+8\}$$

← 2x-1 でくくった！

$$=(2x-1)\underbrace{(2bx+b+8)}_{\text{ア}\qquad\text{イ}}$$

と表せる。よって，② を因数分解すると

$$(2x-1)\left(\boxed{2}bx+b+\boxed{8}\right)$$

ア　　イ　（2点）

となる。したがって，$x=\dfrac{1}{2}$ は ① の解の一つであることがわかる。

$b\neq 0$ ならば　$x=-\dfrac{b+8}{2b}$ も解になる

(2)　$b = 2$ とする。

(i)　① の左辺を因数分解すると

$$\left(\boxed{2}x+\boxed{5}\right)\left\{\left(a+\boxed{3}\right)x-\boxed{2}\right\}$$

ウ　エ　オ　カ　（3点）

となる。

(ii)　$a = 2\sqrt{2}$ のとき，① の解は

$$x = -\frac{\boxed{5}}{\boxed{2}}\ \text{エ/ウ},\qquad \boxed{6}-\boxed{4}\sqrt{2}$$

キ　ク　（2点）

となる。

(iii)　$a = -\boxed{3}$ オ であることは，① の解が $x = -\dfrac{\boxed{5}}{\boxed{2}}$ エ/ウ だけであるための $\boxed{①}$ ケ。（3点）

$\boxed{ケ}$ の解答群

⓪　必要条件であるが，十分条件ではない
①　十分条件であるが，必要条件ではない
②　必要十分条件である
③　必要条件でも十分条件でもない

(i)　$a=2$ とすると

(①の左辺) $= 2(a+3)x^2+(5a+11)x-10$

$a+3$ ・ 2 ・ $5 \to 5a+15$ ・ $-2 \to -4$ ・ $5a+11$

$=\{(2x+5)\}\{(a+3)x-2\}$

ウ　エ　オ　カ

①の解は $x=-\frac{5}{2}, \frac{2}{a+3}$ (a≠-3)

(ii)　$a=2\sqrt{2}$ のとき (i) より ① は

$(2x+5)\{(2\sqrt{2}+3)x-2\}=0$

①の解は

$x=-\frac{5}{2}$ または $x=\frac{2}{2\sqrt{2}+3}$ ←有理化

$=\frac{2(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$

$=\frac{6-4\sqrt{2}}{9-8}$

$=\boxed{6-4\sqrt{2}}$

キ　ク

(iii)　$a=-3$ ならば (i) より ① は $(2x+5)(-2)=0$

解は $x=-\frac{5}{2}$ だけである.

①の解が $x=-\frac{5}{2}$ だけであるならば $a=-3$ または $\frac{2}{a+3}=-\frac{5}{2}$ ←$x=-\frac{5}{2}$ が重解

すなわち $a=-3$ または $a=-\frac{19}{5}$

よって $\boxed{①}$ ケ