

# 数学 I, 数学 A

(全問必答)

## 第1問 (配点 30)

[1]  $a, b$  を実数とする。 $x$  についての方程式

(10点)

$$(2a + 4b - 2)x^2 + (5a + 11)x - b - 8 = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を考える。

(1)  $a = 1$  とする。

$b$  に着目すると, ① の左辺は

$$\begin{aligned} & (4x^2 - 1)b + 16x - 8 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2} \\ & = (2x-1)(2x+1)b + 8(2x-1) = (2x-1) \left\{ (2x+1)b + 8 \right\} \quad \leftarrow 2x-1 \text{ までくさす!} \\ & = (2x-1) \left( \frac{2bx + b + 8}{1} \right) \end{aligned}$$

と表せる。よって, ② を因数分解すると

$$(2x - 1) \left( \frac{2}{1}bx + b + \frac{8}{1} \right)$$

となる。したがって,  $x = \frac{1}{2}$  は ① の解の一つであることがわかる。

もし  $b \neq 0$  ならば  $x = -\frac{b+8}{2b}$  も解になる

(2)  $b = 2$  とする。

(i)  $a = 2$  とすると

$$(\textcircled{1} \text{の左辺}) = 2(a+3)x^2 + (5a+11)x - 10$$

(i) ①の左辺を因数分解すると

$$= \frac{2}{a+3} (2x+5) (a+3) (x-2)$$

①の解は  $x = -\frac{5}{2}, \frac{2}{a+3} (a \neq -3)$

となる。

(ii)  $a = 2\sqrt{2}$  のとき (i) より ① は

$$(2x+5) \{ (2\sqrt{2}+3)x - 2 \} = 0$$

(ii)  $a = 2\sqrt{2}$  のとき、①の解は

①の解は

$$x = -\frac{5}{2} \text{ または } x = \frac{2}{2\sqrt{2}+3} \text{ (有理化)}$$

$$x = -\frac{5}{2}, \frac{6}{\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = \frac{6-4\sqrt{2}}{9-8} = 6-4\sqrt{2}$$

となる。

(iii)  $a = -\frac{3}{\sqrt{2}}$  であることは、①の解が  $x = -\frac{5}{2}$  だけであるため

の  $\textcircled{1}$ 。  
ケ (3点)

$a = -3$  であるならば (i) より ① は  $(2x+5)(-2) = 0$   
解は  $x = -\frac{5}{2}$  だけである。

①の解が  $x = -\frac{5}{2}$  だけであるならば  $a = -3$  または  $\frac{2}{a+3} = -\frac{5}{2}$  (重解)  
すなわち  $a = -3$  または  $a = -\frac{19}{5}$

ケの解答群

よって  $\textcircled{1}$  ケ

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
- ② 十分条件であるが、必要条件ではない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない