

数学 I

〔2〕 図1のように、直線 l 上の点 A において l に接する半径2の円を円 O とし、 l 上の点 B において l に接する半径4の円を円 O' とする。円 O と O' は2点で交わるとし、その交点を P 、 Q とする。ただし、 $\angle APB < \angle AQB$ とする。さらに、 $\angle PAB$ は鋭角であるとする。このとき、 $\triangle PAB$ と $\triangle QAB$ について考えよう。

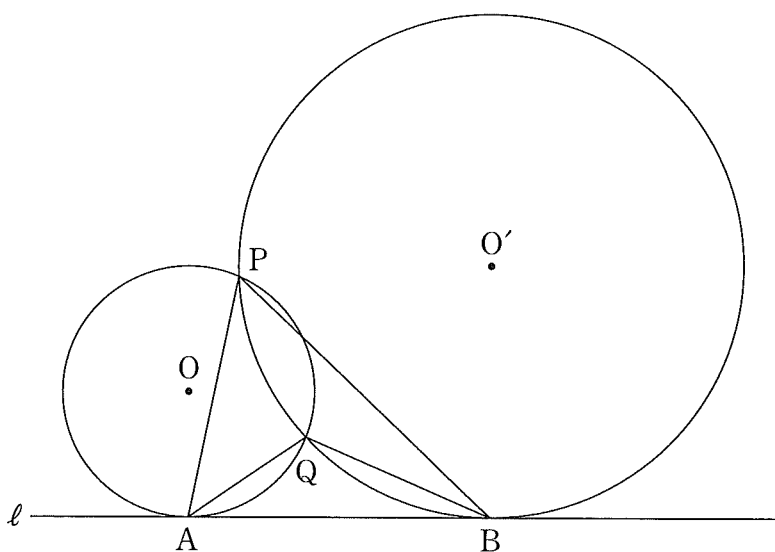


図 1

(1) $\angle PAB = \alpha$, $\angle PBA = \beta$ とおく。

円 O の中心 O から直線 PA に引いた垂線と直線 PA との交点を H とする。 $\angle OAB = 90^\circ$ であるから、 $\angle AOH = \alpha$ である。よって、 $\triangle OAH$ に着目すると、 $AH = \boxed{\text{サ}} \sin \alpha$ であるから

$$PA = 2 AH = \boxed{\text{シ}} \sin \alpha \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

である。

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

同様にして、円 O' の中心 O' から直線 PB に引いた垂線と直線 PB との交点を H' とすると

$$PB = 2 BH' = \boxed{\text{ス}} \sin \beta \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

であることもわかる。

また、 $\triangle PAB$ の外接円の半径を R_1 とおくと、正弦定理により

$$\frac{PA}{\sin \boxed{\text{セ}}} = \frac{PB}{\sin \boxed{\text{ソ}}} = 2 R_1$$

が成り立つので

$$PA \sin \boxed{\text{ソ}} = PB \sin \boxed{\text{セ}}$$

である。この式に、 $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ を代入することにより

$$\sin \boxed{\text{ソ}} = \sqrt{\boxed{\text{タ}}} \sin \boxed{\text{セ}}$$

$$PB = \sqrt{\boxed{\text{タ}}} PA$$

となることがわかる。さらに

$$R_1 = \boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$$

が得られる。

$\boxed{\text{セ}}$, $\boxed{\text{ソ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

$\textcircled{0} \ a$	$\textcircled{1} \ \beta$
-----------------------	---------------------------

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I

(2) 太郎さんと花子さんは、(1)の考察を振り返っている。

太郎： $\triangle QAB$ の外接円の半径も求められるかな。

花子：(1)の R_1 の求め方を参考にすればよさそうだね。

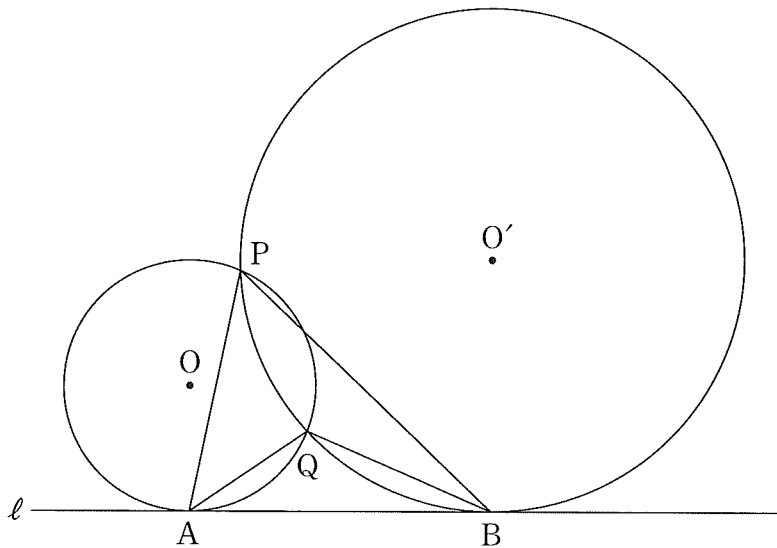


図 1 (再掲)

$\triangle PAB$, $\triangle QAB$ の外接円の半径をそれぞれ R_1 , R_2 とおく。このとき、 R_1 R_2 である。さらに、 $\sin \angle APB$ $\sin \angle AQB$ であることもわかる。

,

の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① < ② = ③ >

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

- (3) 太郎さんと花子さんは、これまでの考察をもとに、 $\triangle PAB$ と $\triangle QAB$ の辺の長さについて考えている。

太郎：AB の長さが与えられれば、PA と QA の長さが求められそうですね。

花子： $\angle APB < \angle AQB$ に注意して求めてみようよ。

$AB = 2\sqrt{7}$ とする。このとき

$$\sin \angle APB = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ナニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。(1)より、 $PB = \sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ PA であるから

$$PA = \sqrt{\boxed{\text{ネノ}}}$$

である。

同様に、 $QA = \sqrt{7}$ であることがわかる。