数学 I

第 2 問 （配点　30）

〔1〕　辺 AD と BC が平行である台形 ABCD があり

(10点)

$$\mathrm{AD}=1,\quad \mathrm{BC}=12,\quad \tan\angle\mathrm{ABC}=\frac{3}{4},\quad \tan\angle\mathrm{BCD}=2$$

α　β

$\angle ABC=\alpha$, $\angle BCD=\beta$
とおいて
$\tan\alpha=\frac{3}{4}$, $\tan\beta=2$

を満たしているとする。

(1)　点 A，D から直線 BC に引いた垂線と BC との交点を，それぞれ P，Q とする。このとき

$$\mathrm{BP}+\mathrm{CQ}=\boxed{\ 11\ }\ (\text{アイ}),\qquad \mathrm{BP}=\frac{\boxed{\ 4\ }\ (\text{ウ})}{\boxed{\ 3\ }\ (\text{エ})}\mathrm{AP}$$

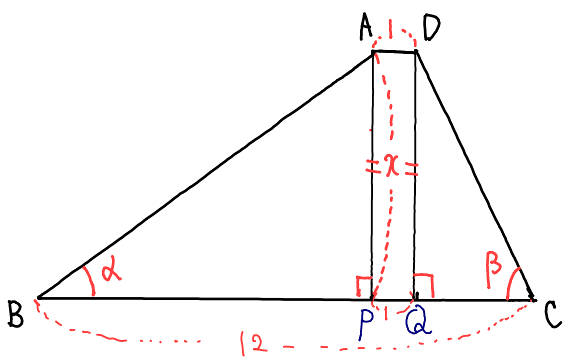
(アイ,ウ,エで3点)

となる。また

$$\mathrm{AP}=\boxed{\ 6\ }$$

オ(2点)

となる。



$PQ=AD=1$

$\underbrace{BP+PQ+CQ}=BC$ より（$PQ=1$, $BC=12$）

$BP+1+CQ=12$

よって　$BP+CQ=\boxed{11}$ アイ …①

$\tan\alpha=\frac{AP}{BP}=\frac{3}{4}$ より $BP=\boxed{\frac{4}{3}}AP$ …②　（ウ，エ）

$\tan\beta=\frac{DQ}{CQ}=2$ より $CQ=\frac{1}{2}DQ$ …③

$AP=x$ とおくと $DQ=x$

②，③ から　$BP=\frac{4}{3}x$, $CQ=\frac{1}{2}x$

① へ代入して　$\frac{4}{3}x+\frac{1}{2}x=11$

$\frac{11}{6}x=11$

$\therefore x=6$

よって　$AP=\boxed{6}$ オ

$BP=\frac{4}{3}\cdot 6=8$

$CQ=\frac{1}{2}\cdot 6=3$

もわかる

(2)　対角線 AC と BD の交点を R とする。このとき

$$\tan\angle BCR = \frac{\boxed{3}_{\text{カ}}}{\boxed{2}_{\text{キ}}}, \quad \tan\angle CBR = \frac{\boxed{2}_{\text{ク}}}{\boxed{3}_{\text{ケ}}}$$

(カ,キ,ク,ケで3点)

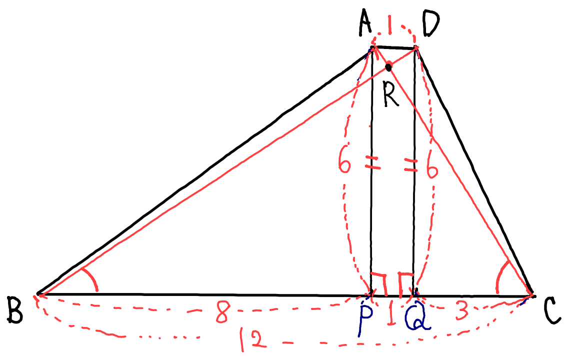
となる。したがって，∠BRC の大きさは $\boxed{③}$ 。

90°に等しい

コ (2点)

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

- ⓪　0° より大きく 45° より小さい
- ①　45° に等しい
- ②　45° より大きく 90° より小さい
- ③　90° に等しい
- ④　90° より大きく 135° より小さい
- ⑤　135° に等しい
- ⑥　135° より大きく 180° より小さい



$\tan\angle BCR = \tan\angle PCA = \dfrac{AP}{CP} = \dfrac{6}{4} = \boxed{\dfrac{3}{2}}$ カ キ

逆数!

$\tan\angle CBR = \tan\angle QBD = \dfrac{DQ}{BQ} = \dfrac{6}{9} = \boxed{\dfrac{2}{3}}$ ク ケ

したがって

$\tan\angle BCR = \dfrac{1}{\tan\angle CBR}$ $\left(=\dfrac{3}{2}\right)$ ← $\tan(90^\circ-\theta) = \dfrac{1}{\tan\theta}$

たしたら90°

であるから

$\angle BCR + \angle CBR = 90^\circ$

△BCRの内角に着目して

$\angle BRC = 180^\circ - (\angle BCR + \angle CBR)$
$= 180^\circ - 90^\circ$
$= 90^\circ$

$\boxed{③}$ コ

補　点Bを原点，直線BCがx軸となる座標平面で A(8,6), C(12,0), D(9,6) として考えると

直線BDの傾きは $\frac{2}{3}$

直線ACの傾きは $-\frac{3}{2}$

傾きの積が $\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) = -1$ であるから

直線BDと直線ACは直交する