第6問 （選択問題）（配点　16）

座標平面上で，x 座標と y 座標がともに整数である点を格子点という。いくつかの直線や曲線で囲まれた図形の内部にある格子点の個数を考えよう。ただし，図形の内部は，境界(境界線)を含まないものとする。

例えば，直線 $y = -x + 5$ と x 軸，y 軸で囲まれた図形を S とする。S は図1の灰色部分であり，S の内部にある格子点を黒丸，内部にない格子点を白丸で表している。したがって，S の内部にある格子点の個数は6である。

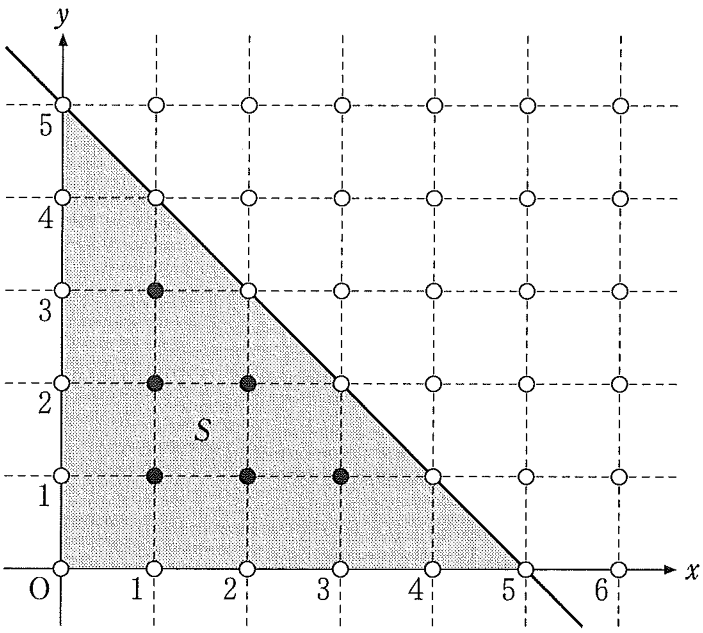

図　1

(旧数学Ⅱ・旧数学B第6問は次ページに続く。)

(1)　直線 $y=3x$ と x 軸，直線 $x=21$ で囲まれた図形を T とする。T の内部にある格子点の個数を考える。

直線 $x=1$ 上の格子点で T の内部にあるものは，点$(1, 1)$と点$(1, 2)$の2個である。点$(1, 0)$と点$(1, 3)$は T の境界にあるため，内部にはない。

n を整数とする。直線 $x=n$ が T の内部にある格子点を通るのは，$1 \leqq n \leqq 20$ のときである。$1 \leqq n \leqq 20$ のとき，直線 $x=n$ 上の格子点で T の内部にあるものの個数を a_n とおく。$a_1=2$ であり，$a_2=$ $\boxed{ア}$，$a_3=$ $\boxed{イ}$ である。

数列$\{a_n\}$は $\boxed{ウ}$ が $\boxed{エ}$ の $\boxed{オ}$ 数列である。

したがって，T の内部にある格子点の個数は $\boxed{カキク}$ である。

$\boxed{ウ}$ の解答群

⓪ 公　差	① 公　比

$\boxed{オ}$ の解答群

⓪ 等　差	① 等　比

(旧数学Ⅱ・旧数学B第6問は次ページに続く。)

(2) n を自然数とする。関数 $y = 2^x$ のグラフと x 軸，y 軸および直線 $x = n + 1$ で囲まれた図形を U とする。

k を整数とする。直線 $x = k$ が U の内部にある格子点を通るとき，直線 $x = k$ 上の格子点で U の内部にあるものの個数は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

したがって，U の内部にある格子点の個数は

$$\sum_{k=1}^{\boxed{\text{コ}}} \left(\boxed{\text{ケ}} \right) = \boxed{\text{サ}}$$

である。

(旧数学Ⅱ・旧数学B第6問は次ページに続く。)

$\boxed{ケ}$ の解答群

⓪ $2k-2$	① $2k-1$	② $2k$
③ $2^{k-1}-2$	④ $2^{k-1}-1$	⑤ 2^{k-1}
⑥ $2^{k}-2$	⑦ $2^{k}-1$	⑧ 2^{k}

$\boxed{コ}$ の解答群

⓪ $n-1$	① n	② $n+1$
③ $2n-1$	④ $2n$	⑤ $2n+1$
⑥ $2^{n}-1$	⑦ 2^{n}	⑧ $2^{n}+1$

$\boxed{サ}$ の解答群

⓪ $2^{n}-2n-1$	① $2^{n}-2n$	② $2^{n}-n-1$
③ $2^{n}-n$	④ $2^{n}-3$	⑤ $2^{n+1}-2n-2$
⑥ $2^{n+1}-2n-1$	⑦ $2^{n+1}-n-2$	⑧ $2^{n+1}-n-1$
⑨ $2^{n+1}-3$		

（旧数学Ⅱ・旧数学B第６問は次ページに続く。）

(3) a, b, c は整数で，$a > 0$，$b^2 - 4ac < 0$ を満たすとする。放物線 $y = ax^2 + bx + c$ と x 軸，y 軸および直線 $x = n + 1$ で囲まれた図形を V とする。すべての自然数 n に対して，V の内部にある格子点の個数が n^3 となるのは，$a =$ $\boxed{\text{シ}}$，$b =$ $\boxed{\text{スセ}}$，$c =$ $\boxed{\text{ソ}}$ のときである。