

第5問 (選択問題) (配点 16)

以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて69ページの正規分布表を用いてもよい。

T社は、新しい工場で使用する蛍光灯の購入先を公募した。その結果、従来から取り引きしているA社と、これまでに取り引きのないB社から応募があった。2社が提示した蛍光灯の平均寿命と単価(蛍光灯1本あたりの価格)は表1のとおりであった。

表1 蛍光灯の平均寿命と単価

会社	平均寿命(時間)	単価(円)
A社	8000	1000
B社	9000	1100

表1の中で、A社製蛍光灯の平均寿命の8000時間は妥当であるが、B社製蛍光灯の平均寿命については検証が必要であると、T社は判断した。

旧数学Ⅱ・旧数学B

(1) 無作為に抽出する n 本の B 社製蛍光灯の寿命を X_1, X_2, \dots, X_n と表し、
 これらを母平均 m_x 、母標準偏差 σ の母集団からの無作為標本とする。標本平均

$\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$ は、標本の大きさ n が十分に大きいとき、近似的

に正規分布 $N(m_x, \frac{\sigma^2}{n})$ に従う。 X は $N(m_x, \frac{\sigma^2}{n})$ に従う

T 社が、第三者機関による B 社製蛍光灯の寿命に関する試験結果から、
 100 本の結果を無作為に抽出したところ、寿命の平均は 8900 時間、標本の標準
 偏差は 750 時間であった。標本の大きさ 100 は十分に大きいので、母標準偏差の
 代わりに標本の標準偏差を用いてよいことが知られている。したがって、母平均

m_x に対する信頼度 95% の信頼区間は $8753 \leq m_x \leq 9047$ である。

$$\begin{array}{r} 1.96 \\ \times 75 \\ \hline 9.80 \\ 1372 \\ \hline 147.00 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= 1.96 \cdot \frac{750}{\sqrt{100}} \\ &= 1.96 \cdot \frac{750}{10} \\ &= 1.96 \cdot 75 \\ &= 147 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 8900 - 147 \leq m_x \leq 8900 + 147 \\ \therefore & 8753 \leq m_x \leq 9047 \end{aligned}$$

$$\bar{X} - 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m_x \leq \bar{X} + 1.96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

ア の解答群

- | | | | |
|--------------|-------------------------------|-----------------------------|----------------------|
| ① σ | ② $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ | ③ $\frac{\sqrt{\sigma}}{n}$ | ④ $\frac{\sigma}{n}$ |
| ⑤ σ^2 | ⑥ $\frac{\sigma^2}{\sqrt{n}}$ | ⑦ $\frac{\sigma^2}{n}$ | |

イ, ウ については、最も適当なものを、次の ①~⑤のうちから一つ
 ずつ選べ。

- | | | |
|--------|--------|--------|
| ① 8753 | ② 8782 | ③ 8820 |
| ④ 8980 | ⑤ 9018 | ⑥ 9047 |

旧数学Ⅱ・旧数学B

(2) T社は、平均寿命だけでなく、蛍光灯の単価も考慮することにした。そこで、1円あたりの平均寿命(以下、**単位寿命**と呼ぶ)を比較する。表1から、A社製蛍光灯の**単位寿命**の母平均は8とする。

(i) B社製蛍光灯の**単位寿命**を、(1)の無作為標本 X_1, X_2, \dots, X_n を用いて

$$Y_1 = \frac{X_1}{1100}, Y_2 = \frac{X_2}{1100}, \dots, Y_n = \frac{X_n}{1100}$$

と表し、**単位寿命**の母平均 m_0 を $m_0 = \frac{m_X}{1100}$ として、 m_0 に対する信頼区間について検討する。

Y_1, Y_2, \dots, Y_n は母平均 m_0 、母標準偏差 $\frac{\sigma}{1100}$ の母集団から抽出した大きさ n の無作為標本とみなせる。標本の大きさ n が十分に大きいとき、標本平均 $\bar{Y} = \frac{1}{n}(Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n)$ は、近似的に正規分布 $N(m_0, \frac{\sigma^2}{1100^2 n})$ に従う。
 \bar{Y} の標準偏差は $\frac{\sigma}{1100\sqrt{n}} = \frac{\sigma}{1100\sqrt{n}}$ より \bar{Y} は $N(m_0, \frac{\sigma^2}{1100^2 n})$ に従う。

(1)で無作為に抽出したB社製蛍光灯100本の試験結果を用いるとき、標本の大きさ100は十分に大きいので、母標準偏差 $\frac{\sigma}{1100}$ を標本の標準偏差

$\frac{750}{1100}$ で置き換えると、母平均 m_0 に対する信頼度95%の信頼区間は

$7.96 \leq m_0 \leq 8.22$ となる。
 $1.96 \cdot \frac{\sigma}{1100\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{750}{1100\sqrt{100}} = \frac{1}{1100} \cdot 1.96 \cdot \frac{750}{10} = \frac{1}{1100} \cdot 147 = 0.133 \approx 0.13$
 $8.09 - 0.13 \leq m_0 \leq 8.09 + 0.13 \leftarrow \bar{Y} - 1.96 \cdot \frac{\sigma}{1100\sqrt{n}} \leq m_0 \leq \bar{Y} + 1.96 \cdot \frac{\sigma}{1100\sqrt{n}}$
 よって $7.96 \leq m_0 \leq 8.22$

工の解答群

- | | | | |
|-------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------|
| ④ $\frac{\sigma^2}{1100^2}$ | ① $\frac{\sigma}{1100\sqrt{n}}$ | ② $\frac{\sqrt{\sigma}}{1100n}$ | ③ $\frac{\sigma}{1100n}$ |
| ⑤ $\frac{\sigma^2}{1100^2\sqrt{n}}$ | ⑥ $\frac{\sigma^2}{1100^2 n}$ | ⑦ $\frac{\sigma^2}{1100^2 n^2}$ | |

オについては、最も適当なものを、次の①~⑤のうちから一つ選べ。

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| ① $7.90 \leq m_0 \leq 8.10$ | ② $7.90 \leq m_0 \leq 8.20$ | ③ $7.96 \leq m_0 \leq 8.20$ |
| ④ $7.96 \leq m_0 \leq 8.22$ | ⑤ $7.98 \leq m_0 \leq 8.20$ | ⑥ $7.98 \leq m_0 \leq 8.22$ |

0.133
 $1100 \sqrt{1470}$
 $\frac{1100}{3700}$
 $\frac{3300}{4000}$
 $\frac{3300}{700}$
 $\frac{\sigma^2}{1100^2 n}$ に従う
 (1) $\frac{1}{1100} \cdot 147$
 $\checkmark 1.96 \cdot 0.13$
 $\bar{Y} = \frac{8900}{1100} = 8.090 \dots \approx 8.09$
 $11 \overline{) 8900}$
 $\underline{1100}$
 $\underline{9900}$
 $\underline{10000}$
 $\underline{10000}$
 10

旧数学Ⅱ・旧数学B

(ii) T社は、B社製蛍光灯の単価が1100円より安くなった場合に、B社が蛍光灯の購入先として選定される可能性について検討している。B社製蛍光灯の単価を c 円とおくと、単位寿命の母平均 m_Y は(1)の m_X を用いて $m_Y = \frac{m_X}{c}$ と表せる。(i)と同様にして(1)で無作為に抽出したB社製蛍光灯100本の試験結果を用いて、 m_Y に対する信頼度95%の信頼区間を求め、その信頼区間を $a \leq m_Y \leq b$ と表す。このとき、 a 、 b 、 $b - a$ のそれぞれが c によってどのように変化するかを調べる。単価 c 円が安くなると、 a と b はともに大きくなり、 $b - a$ は大きくなる。

② (2点)

力 の解答群

- ① a と b はともに小さくなり
- ② a は変わらず b は小さくなり
- ③ a は変わらず b は大きくなり
- ④ a は大きくなり b は小さくなり
- ⑤ a と b はともに大きくなり

キ の解答群

- ① 小さくなる
- ② 変わらない
- ③ 大きくなる

(1) より m_X に対する95%の信頼区間は $8753 \leq m_X \leq 9047$

各辺を c でわって $\frac{8753}{c} \leq \frac{m_X}{c} \leq \frac{9047}{c}$

$m_Y = \frac{m_X}{c}$

m_Y に対する95%の信頼区間は

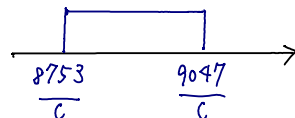
$$\frac{8753}{c} \leq m_Y \leq \frac{9047}{c}$$

$\frac{8753}{a} \leq m_Y \leq \frac{9047}{b}$

これを $a \leq m_Y \leq b$ と表すので

$$a = \frac{8753}{c}, \quad b = \frac{9047}{c}$$

$$b - a = \frac{294}{c}$$



分子は正の定数なので
分母が小さくなると大きくなる!

単価 c 円が安くなると c は小さくなるから a と b はともに大きくなり、 $b - a$ は大きくなる。

⑤, 力

②, キ

旧数学Ⅱ・旧数学B

(iii) (ii)においてB社が購入先として選定されるには、母平均 m_Y に対する信頼度 95% の信頼区間 $a \leq m_Y \leq b$ が、A社製蛍光灯の単位寿命の母平均 8 よりも大きい範囲に含まれていけばよいとする。そのためには、 $a > 8$ を満たせばよい。 $a > 8$ を満たすような c の値のうち最大の整数をB社製蛍光灯の単価とすると、その単価は 1094 円である。したがって、B社製蛍光灯の単価が 1094 円以下であればB社が選定されることもあり得る。

$\frac{8000}{1000} = 8$

①ク(2点)

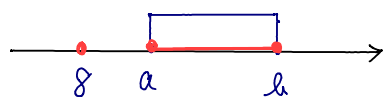
クコサシ(2点)

クコサシ

クの解答群

- ① $a < 8$
- ② $\frac{a+b}{2} < 8$
- ③ $\frac{a+b}{2} = 8$
- ④ $b < 8$
- ⑤ $b > 8$

$a \leq m_Y \leq b$ * 母平均 8 よりも大きい範囲に含まれていけばよいとするので



$a > 8$ ①ク

$\frac{8753}{c} > 8$

として $c < \frac{8753}{8} = 1094.125$

これをみたす最大の整数 c は

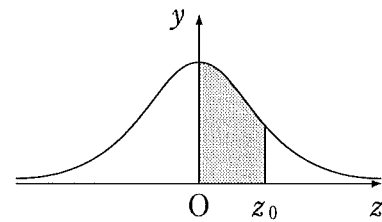
$c = 1094$
クコサシ

1094.125
8 | 8753
 8
 75
 72
 33
 32
 10

旧数学Ⅱ・旧数学B

正 規 分 布 表

次の表は、標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998