

## 旧数学Ⅱ・旧数学B

### 第3問 (必答問題) (配点 22)

$k$  を 0 でない実数とし、 $f(x)$  を 2 次関数とする。 $F(x)$  と  $G(x)$  はどちらも導関数が  $f(x)$  であるような関数で、 $F(x)$  は  $x = 0$  で極小値 0 をとり、 $G(x)$  は  $x = k$  で極大値 0 をとるとする。

(1) まず、 $F(x) = 2x^3 + 3x^2$  の場合を考える。

$F(x)$  の導関数が  $f(x)$  であることから

$$f(x) = \boxed{\text{ア}} x^2 + \boxed{\text{イ}} x$$

であり、 $F(x)$  は  $x = \boxed{\text{ウエ}}$  で極大値をとる。また、 $G(x)$  の導関数が  $f(x)$  であることから

$$G(x) = \boxed{\text{オ}} x^3 + \boxed{\text{カ}} x^2 + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

と表され、 $G(x)$  は  $x = \boxed{\text{キ}}$  で極小値をとる。さらに  $G(x)$  に関する条件から  $C = \boxed{\text{クケ}}$  である。

(2) 次に、 $k > 0$  の場合を考える。

このとき、 $F(x)$  と  $G(x)$  に関する条件から、 $y = F(x)$  のグラフと  $F(x)$ 、 $G(x)$  の極値について調べよう。

(i)  $F(x)$  が  $x = 0$  で極小値をとることから、 $f(0) = \boxed{\text{コ}}$  であり、 $x = 0$  の前後で  $f(x)$  の符号は  $\boxed{\text{サ}}$ 。さらに、 $G(x)$  が  $x = k$  で極大値をとることから、 $f(k) = \boxed{\text{シ}}$  であり、 $x = k$  の前後で  $f(x)$  の符号は  $\boxed{\text{ス}}$ 。したがって、 $F(x)$  の導関数は  $f(x)$  であることに注意すると、座標平面において  $y = F(x)$  のグラフの概形は  $\boxed{\text{セ}}$  であることがわかる。

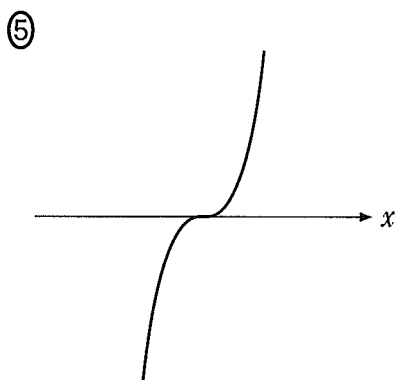
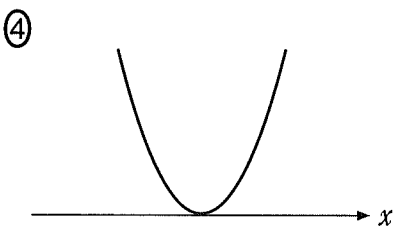
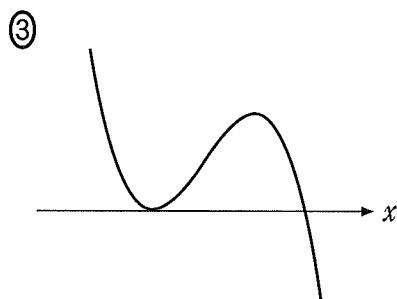
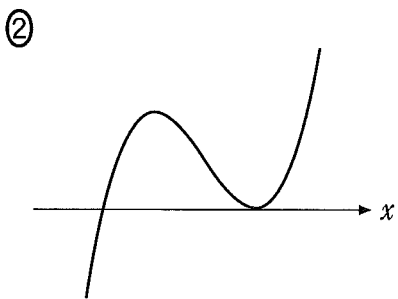
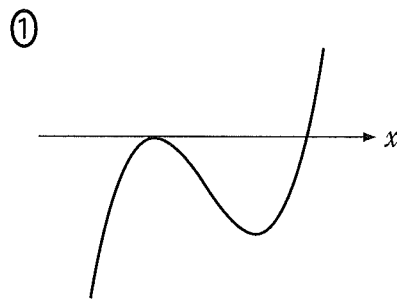
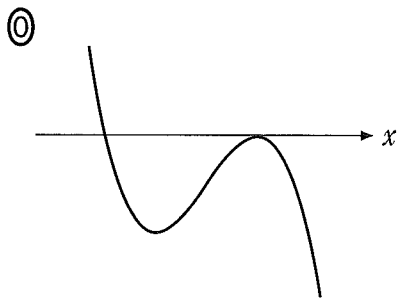
(旧数学Ⅱ・旧数学B第3問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

サ,  ス の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- |            |            |
|------------|------------|
| ① 負から正に変わる | ② 正から負に変わる |
| ③ 変わらない    |            |

セ については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。なお、 $y$  軸は省略しているが、上方向が正の方向であり、 $x$  軸は直線  $y = 0$  を表している。



(旧数学Ⅱ・旧数学B第3問は次ページに続く。)

## 旧数学Ⅱ・旧数学B

(ii)  $F(x)$ に関する条件から、すべての実数  $x$  に対して

$$F(x) = \int_{\boxed{\text{タ}}}^{\boxed{\text{ソ}}} f(t) dt$$

が成り立つ。このことと (i) の考察により、 $F(x)$  の極大値は

$$\int_{\boxed{\text{ツ}}}^{\boxed{\text{チ}}} f(t) dt$$

と表され、 $F(x)$  の極大値は、関数  $y = \boxed{\text{テ}}$  のグラフと  $x$  軸で囲まれた図形の  $\boxed{\text{ト}}$  と等しいことがわかる。

さらに  $G(x)$  に関する条件から、 $F(x)$  の極大値は、 $G(x)$  の  $\boxed{\text{ナ}}$  と等しいことがわかる。

(旧数学Ⅱ・旧数学B第3問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

ソ ~  ツ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 0                       ② 1                       ③  $k$                        ④  $x$

テ の解答群

- ①  $f(x)$                        ②  $F(x)$                        ③  $G(x)$

ト の解答群

- ① 面積     ② 面積の  $-1$  倍

ナ の解答群

- ① 極小値     ② 極大値  
 ③ 極小値の  $-1$  倍     ④ 極大値の  $-1$  倍