第1問　（必答問題）（配点　15）

(1)　$0 \leqq \theta < \pi$ のとき，方程式

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2\theta \qquad \cdots\cdots ①$$

の解を求めよう。以下では，$\alpha = \theta + \dfrac{\pi}{6}$，$\beta = 2\theta$ とおく。このとき，① は

$$\sin\alpha = \sin\beta \qquad \cdots\cdots ②$$

となる。

(i)　二つの一般角 α と β が等しければ，$\sin\alpha$ と $\sin\beta$ は等しい。$\alpha = \beta$ を満たす θ は $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}$ であり，これは ① の解の一つである。そして，$\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}$ のとき

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

となる。

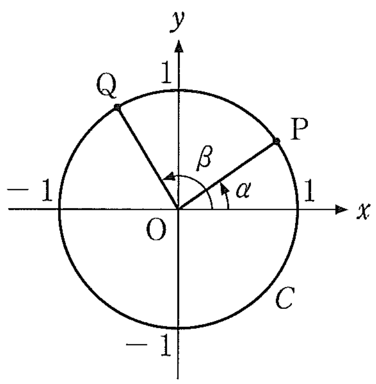
（旧数学Ⅱ・旧数学B第1問は次ページに続く。）

(ii) 太郎さんと花子さんは，$\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}$ 以外の ① の解を求める方法について話している。

太郎：角が等しくなくても，サインの値が等しくなることがあるね。

花子：サインの値が等しくなるのはどんなときか，単位円を用いて考えてみようか。

O を原点とする座標平面において，中心が O で，半径が 1 の円を C とする。さらに，α の動径と C との交点を P，β の動径と C との交点を Q とする。ここで，動径は O を中心とし，その始線は x 軸の正の部分とする。



参考図

② が成り立つときに，点 P と点 Q の間につねに成り立つ関係の記述として，次の ⓪ ～ ③ のうち，正しいものは $\boxed{\text{エ}}$ である。

$\boxed{\text{エ}}$ の解答群

⓪ 点 P と点 Q は同じ点である。

① 点 P の x 座標と，点 Q の x 座標が等しい。

② 点 P の y 座標と，点 Q の y 座標が等しい。

③ 点 P と点 Q は，原点 O に関して対称である。

(旧数学Ⅱ・旧数学B第1問は次ページに続く。)

(iii) θ キ $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}$ とする。

- $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の場合を考える。このとき，$0 \leqq \beta \leqq \pi$ であるので，② が成り立つとき，(ii) で考察したことに注意すると，α と β は

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{オ}}$$

を満たすことがわかる。これより，$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のときの ① の解

$$\theta = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}\pi$$

を得る。

- $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$ の場合を考える。このとき，$\pi < \beta < 2\pi$ であるので，② が成り立つとき，(ii) で考察したことに注意すると，α と β は

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{ケ}}$$

を満たすことがわかる。これより，$\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$ のときの ① の解

$$\theta = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}\pi$$

を得る。

（旧数学Ⅱ・旧数学B第1問は次ページに続く。）

以上より，$0 \leqq \theta < \pi$ のとき，① の解は

$$\theta = \frac{\pi}{\boxed{ア}},\ \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キク}}\pi,\ \frac{\boxed{コサ}}{\boxed{シス}}\pi$$

である。

$\boxed{オ}$，$\boxed{ケ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 0	① $\frac{\pi}{2}$	② π	③ $\frac{3}{2}\pi$
④ 2π	⑤ $\frac{5}{2}\pi$	⑥ 3π	⑦ $\frac{7}{2}\pi$

(2) $0 \leqq \theta < \pi$ のとき，方程式

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \cos 2\theta$$

の解は

$$\theta = \frac{\pi}{\boxed{セ}},\ \frac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チツ}}\pi$$

である。