

「新教育課程履修者」は、選択できません。

## 旧 数 学 II

(全 問 必 答)

### 第 1 問 (配点 15)

(1)  $0 \leq \theta < \pi$  のとき、方程式

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2\theta \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

の解を求めよう。以下では、 $\alpha = \theta + \frac{\pi}{6}$ 、 $\beta = 2\theta$  とおく。このとき、①は

$$\sin \alpha = \sin \beta \quad \dots\dots\dots \text{②}$$

となる。

(i) 二つの一般角  $\alpha$  と  $\beta$  が等しければ、 $\sin \alpha$  と  $\sin \beta$  は等しい。 $\alpha = \beta$  を満たす

$\theta$  は  $\frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}$  であり、これは①の解の一つである。そして、 $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}$  の

とき

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

となる。

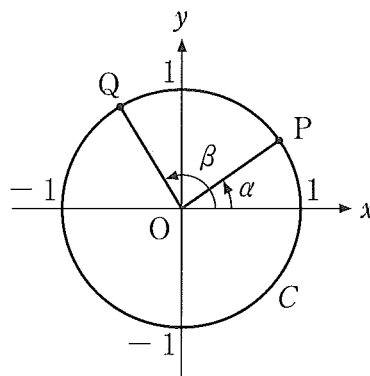
(旧数学II第1問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ

- (ii) 太郎さんと花子さんは、 $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}$  以外の①の解を求める方法について話している。

太郎：角が等しくなくても、サインの値が等しくなることがあるね。  
 花子：サインの値が等しくなるのはどんなときか、単位円を用いて考えてみようか。

Oを原点とする座標平面において、中心がOで、半径が1の円をCとする。さらに、 $\alpha$ の動径とCとの交点をP、 $\beta$ の動径とCとの交点をQとする。ここで、動径はOを中心とし、その始線はx軸の正の部分とする。



参考図

- ②が成り立つときに、点Pと点Qの間につねに成り立つ関係の記述として、次の①～③のうち、正しいものは  **エ**  である。

**エ** の解答群

- ① 点Pと点Qは同じ点である。
- ② 点Pのx座標と、点Qのx座標が等しい。
- ③ 点Pのy座標と、点Qのy座標が等しい。
- ④ 点Pと点Qは、原点Oに関して対称である。

(旧数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

## 旧数学Ⅱ

(iii)  $\theta \neq \frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}$  とする。

- $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  の場合を考える。このとき、 $0 \leq \beta \leq \pi$  であるので、②が成り立つとき、(ii)で考察したことに注意すると、 $\alpha$  と  $\beta$  は

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{オ}}$$

を満たすことがわかる。これより、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  のときの①の解

$$\theta = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}} \pi$$

を得る。

- $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  の場合を考える。このとき、 $\pi < \beta < 2\pi$  であるので、②が成り立つとき、(ii)で考察したことに注意すると、 $\alpha$  と  $\beta$  は

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{ケ}}$$

を満たすことがわかる。これより、 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  のときの①の解

$$\theta = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}} \pi$$

を得る。

(旧数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ

以上より、 $0 \leq \theta < \pi$  のとき、①の解は

$$\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}, \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}} \pi, \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}} \pi$$

である。

オ,  ケ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- |          |                    |          |                    |
|----------|--------------------|----------|--------------------|
| ① 0      | ② $\frac{\pi}{2}$  | ③ $\pi$  | ④ $\frac{3}{2}\pi$ |
| ⑤ $2\pi$ | ⑥ $\frac{5}{2}\pi$ | ⑦ $3\pi$ | ⑧ $\frac{7}{2}\pi$ |

(2)  $0 \leq \theta < \pi$  のとき、方程式

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \cos 2\theta$$

の解は

$$\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{セ}}}, \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}} \pi$$

である。