

旧数学I・旧数学A

(1) 3直線AD, BE, CFは1点で交わる。これを証明しよう。

直線ADとBEは平面ABED上にあり、平行でないので1点で交わる。その交点をPとする。

点Pは直線AD上にあり、直線ADは平面ABEDと平面アとの交線であるから、点Pは平面ア上にあることがわかる。

また、点Pは直線BE上にあり、直線BEは平面ABEDと平面イとの交線であるから、点Pは平面イ上にあることがわかる。

平面アと平面イとの交線は直線CFであるから、点Pは直線CF上にあることがわかる。したがって、3直線AD, BE, CFは点Pで交わる。

ア, イの解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① ABC

② DEF

③ ACFD

④ BCFE

(旧数学I・旧数学A第5問は次ページに続く。)

旧数学 I ・ 旧数学 A

(2) 五面体において、面 ABC は一辺の長さが 3 の正三角形であり

$$AD = 7, \quad BE = 11, \quad CF = 17, \quad DE = 9$$

であるとする。また、6 点 A, B, C, D, E, F はある一つの球面上にあるとし、その球面を S とする。直線 AD と BE の交点を P とする。

(i) 平面 ABED と球面 S が交わる部分は円であり、4 点 A, B, E, D はその円周上にある。このことから、三角形 PAB と PED は相似であることがわかり、その相似比は $1 : \boxed{\text{ウ}}$ である。したがって

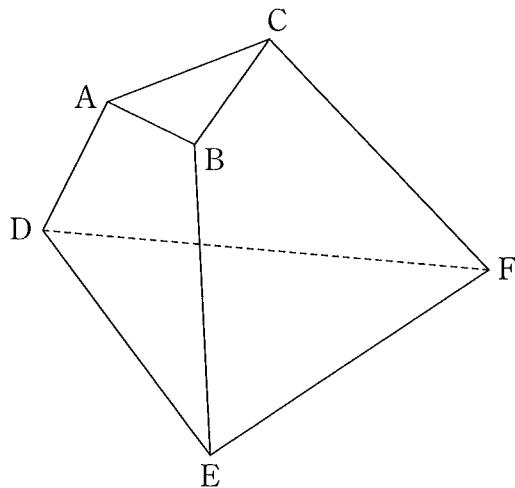
$$\boxed{\text{ウ}} \ PA = PB + \boxed{\text{エオ}}$$

$$\boxed{\text{ウ}} \ PB = PA + \boxed{\text{カ}}$$

が成り立つ。よって

$$PA = \boxed{\text{キ}}, \quad PB = \boxed{\text{ク}}$$

となる。



参考図(再掲)

(旧数学 I ・ 旧数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・ 旧数学 A

(ii) 平面 BCFE と球面 S が交わる部分に着目すると、方べきの定理より

$$PC = \boxed{\text{ケ}}$$

となる。したがって

$$EF = \boxed{\text{コサ}}, \quad DF = \boxed{\text{シス}}$$

となる。

(iii) $\angle ADE$, $\angle ADF$, $\angle EDF$ の大きさに着目すると、次の命題 (a), (b), (c) の真偽の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{セ}}$ であることがわかる。

- (a) 平面 ABED と平面 DEF は垂直である。
- (b) 直線 DE は平面 ACFD に垂直である。
- (c) 直線 AC と直線 DE は垂直である。

$\boxed{\text{セ}}$ の解答群

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(a)	真	真	真	真	偽	偽	偽	偽
(b)	真	真	偽	偽	真	真	偽	偽
(c)	真	偽	真	偽	真	偽	真	偽