

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

じゃんけんは、複数人でグー、チョキ、パーの 3 種類の手のいずれかを同時に出して勝敗を決めるゲームである。グーを出した人はチョキを出した人に勝ちパーを出した人に負け、チョキを出した人はパーを出した人に勝ちグーを出した人に負け、パーを出した人はグーを出した人に勝ちチョキを出した人に負ける。出された手が 2 種類の場合は勝敗が決まる。全員の手がすべて同じか、または 3 種類の手がすべて出ると、勝敗が決まらず、これをあいこという。

以下では、各人が、グーを出す確率、チョキを出す確率、パーを出す確率はどれも $\frac{1}{3}$ であるとする。

二人もしくは三人で次のルール 1 に従ってじゃんけんを行う。

ルール 1

- じゃんけんを、最大で 3 回行う。ただし、あいこも 1 回と数える。
- 勝者が一人になった時点でじゃんけんは終わり、その一人を優勝者と呼ぶ。
- ある回で負けていない人は、次の回のじゃんけんに参加する。
- ある回で負けた人は、次の回以降のじゃんけんには参加しない。

(1) 二人でルール 1 に従ってじゃんけんを行う場合を考える。

(i) 1 回目であいこになる確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。したがって、1 回目で優勝

者が決まる確率は $1 - \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

(ii) 2 回目で優勝者が決まる確率は $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。

(iii) 3 回目で優勝者が決まる確率は $\frac{\text{オ}}{\text{カキ}}$ である。

(旧数学 I ・旧数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

- (2) 三人でルール 1 に従ってじゃんけんを行う場合を考える。また、人数の推移を次のように表すものとする。

人数の推移

- 1 回目で優勝者が決まる場合を、 $3 \rightarrow 1$ と表す。
- 2 回目のじゃんけんを行う人数が m 人で、かつ 2 回目で優勝者が決まる場合を、 $3 \rightarrow m \rightarrow 1$ と表す。
- 2 回目、3 回目において、じゃんけんを行う人数がそれぞれ m 人、 n 人で、かつ 3 回目で優勝者が決まる場合を、 $3 \rightarrow m \rightarrow n \rightarrow 1$ と表す。

- (i) 1 回目で優勝者が決まる、つまり人数の推移が $3 \rightarrow 1$ となる確率は

$$\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

- (ii) 2 回目で優勝者が決まる場合、起こり得る人数の推移は $3 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ と $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ である。

- 人数の推移が $3 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ となるのは、1 回目であいこになり、かつ 2 回目で

優勝者が決まる場合である。1 回目であいこになる確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

したがって、人数の推移が $3 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \times \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ で

ある。

- 人数の推移が $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

以上から、2 回目で優勝者が決まる確率はこれらを足し合わせて求められる。

- (iii) 3 回目で優勝者が決まる確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(旧数学 I ・旧数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

- (3) 三人でルール 1 に従ってじゃんけんを行う場合と、三人で次のルール 2 に従ってじゃんけんを行う場合に、優勝者が決まる確率がどれくらい異なるのかについて考えよう。

ルール 2

- じゃんけんを、最大で 3 回行う。ただし、あいこも 1 回と数える。
- 勝者が一人になった時点でじゃんけんは終わり、その一人を優勝者と呼ぶ。
- ある回で負けていない人は、次の回のじゃんけんに参加する。
- 1 回目で負けた人は、2 回目には参加しない。また、2 回目で優勝者が決まっていない場合、1 回目で負けた人は、3 回目に参加する。
- 2 回目で負けた人は、3 回目には参加しない。

- (i) 三人でルール 2 に従ってじゃんけんを行う場合を考える。3 回目で優勝者が決まる場合、2 回目、3 回目において、じゃんけんを行う人数をそれぞれ m 人、 n 人とする。このとき、起こり得る m, n の組 (m, n) として、次の ㉠～㉡のうち、正しいものは である。

の解答群

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| ㉠ (2, 2) と (2, 3) だけ | ㉠ (2, 2) と (3, 2) だけ |
| ㉡ (2, 2) と (3, 3) だけ | ㉡ (2, 3) と (3, 2) だけ |
| ㉢ (2, 3) と (3, 3) だけ | ㉢ (3, 2) と (3, 3) だけ |
| ㉣ (2, 2) と (2, 3) と (3, 2) だけ | ㉣ (2, 2) と (2, 3) と (3, 3) だけ |
| ㉤ (2, 2) と (3, 2) と (3, 3) だけ | ㉤ (2, 3) と (3, 2) と (3, 3) だけ |

(旧数学 I ・旧数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

