旧数学Ⅰ・旧数学A　第3問～第5問は，いずれか2問を選択し，解答しなさい。

第3問　（選択問題）（配点　20）

じゃんけんの定義がかいてある

じゃんけんは，複数人でグー，チョキ，パーの3種類の手のいずれかを同時に出して勝敗を決めるゲームである。グーを出した人はチョキを出した人に勝ちパーを出した人に負け，チョキを出した人はパーを出した人に勝ちグーを出した人に負け，パーを出した人はグーを出した人に勝ちチョキを出した人に負ける。出された手が2種類のときは勝敗が決まる。全員の手がすべて同じか，または3種類の手がすべて出ると，勝敗が決まらず，これをあいこという。

以下では，各人が，グーを出す確率，チョキを出す確率，パーを出す確率はどれも $\frac{1}{3}$ であるとする。

二人もしくは三人で次の**ルール1**に従ってじゃんけんを行う。

ルール1

- じゃんけんを，最大で3回行う。ただし，あいこも1回と数える。
- 勝者が一人になった時点でじゃんけんは終わり，その一人を優勝者と呼ぶ。
- ある回で負けていない人は，次の回のじゃんけんに参加する。
- ある回で負けた人は，次の回以降のじゃんけんには参加しない。

A＼B	グ	チ	パ
グ	△	○	×
チ	×	△	○
パ	○	×	△

A,Bとして Aが勝つを○，Aが負けるを×，あいこを△として左表のようになる

(1)　二人で**ルール1**に従ってじゃんけんを行う場合を考える。

手の出し方は $3^2=9$（通り）
そのうち△は3通り

(i)　1回目であいこになる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ $= \frac{1}{3}$ である。したがって，1回目で優勝者が決まる確率は $1-\frac{1}{3}$ である。

アイ（2点）

$\frac{3}{9}=\boxed{\frac{1}{3}}$ ア イ …△

$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ …□

(ii)　2回目で優勝者が決まる確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} = \frac{2}{9}$ である。

優勝者が決まるまではあいこ（△）

△×□ として $\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\boxed{\frac{2}{9}}$ ウ エ

(iii)　3回目で優勝者が決まる確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}} = \frac{2}{27}$ である。

△×△×□ として

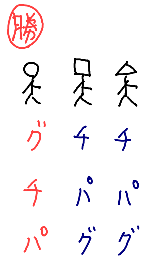
$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\boxed{\frac{2}{27}}$ オ カキ

（ウ，エ，オ，カキで3点）

(2) 三人で**ルール1**に従ってじゃんけんを行う場合を考える。また，**人数の推移**を次のように表すものとする。

人数の推移

- 1回目で優勝者が決まる場合を，$3 \to 1$ と表す。
- 2回目のじゃんけんを行う人数が m 人で，かつ2回目で優勝者が決まる場合を，$3 \to m \to 1$ と表す。
- 2回目，3回目において，じゃんけんを行う人数がそれぞれ m 人，n 人で，かつ3回目で優勝者が決まる場合を，$3 \to m \to n \to 1$ と表す。



(i) 1回目で優勝者が決まる，つまり**人数の推移**が $3 \to 1$ となる確率は $\dfrac{\boxed{1}\ ク}{\boxed{3}\ ケ}$ である。（2点）

$3 \to 1$ となるのは 勝つ人の決め方が ${}_3C_1 = 3$（通り），勝ち手が3通り

$3 \to 1$ の確率は $\dfrac{{}_3C_1 \cdot 3}{3^3} = \dfrac{9}{27} = \boxed{\dfrac{1}{3}}$ ク ケ

1人勝つと1人負ける は同じ確率

対称性から $3 \to 2$ の確率も $\dfrac{1}{3}$

$3 \to 3$ の確率は $1 - \left(\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{3}\right) = \boxed{\dfrac{1}{3}}$ コ サ

余事象 $3 \to 1$ または $3 \to 2$

(ii) 2回目で優勝者が決まる場合，起こり得る**人数の推移**は $3 \to 3 \to 1$ と $3 \to 2 \to 1$ である。

- **人数の推移**が $3 \to 3 \to 1$ となるのは，1回目であいこになり，かつ2回目で優勝者が決まる場合である。1回目であいこになる確率は $\dfrac{\boxed{1}\ コ}{\boxed{3}\ サ}$ である。（2点）

したがって，**人数の推移**が $3 \to 3 \to 1$ となる確率は $\dfrac{\boxed{1}\ コ}{\boxed{3}\ サ} \times \dfrac{\boxed{1}\ ク}{\boxed{3}\ ケ}$ である。

- **人数の推移**が $3 \to 2 \to 1$ となる確率は $\dfrac{\boxed{2}\ シ}{\boxed{9}\ ス}$ である。（2点）

(1)より
$2 \to 2$ の確率は $\dfrac{1}{3}$
$2 \to 1$ の確率は $\dfrac{2}{3}$
この→だけ $\dfrac{2}{3}$，あとは $\dfrac{1}{3}$

$3 \to 3 \to 1$ の確率は $\dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{9}$

$3 \to 2 \to 1$ の確率は $\dfrac{1}{3} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{9}$

以上から，2回目で優勝者が決まる確率はこれらを足し合わせて求められる。

念のため求めると $\dfrac{1}{9} + \dfrac{2}{9} = \dfrac{1}{3}$

(iii) 3回目で優勝者が決まる確率は $\dfrac{\boxed{5}\ セ}{\boxed{27}\ ソタ}$ である。（3点）

$3 \to 3 \to 3 \to 1$ または $3 \to 3 \to 2 \to 1$ または $3 \to 2 \to 2 \to 1$ の確率より

$\dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{3} \times \dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{3} \times \dfrac{2}{3} = \boxed{\dfrac{5}{27}}$ セ ソタ

(3) 三人で**ルール 1** に従ってじゃんけんを行う場合と，三人で次の**ルール 2** に従ってじゃんけんを行う場合に，優勝者が決まる確率がどれくらい異なるのかについて考えよう。

ルール 2

- じゃんけんを，最大で 3 回行う。ただし，あいこも 1 回と数える。
- 勝者が一人になった時点でじゃんけんは終わり，その一人を優勝者と呼ぶ。
- ある回で負けていない人は，次の回のじゃんけんに参加する。
- 1 回目で負けた人は，2 回目には参加しない。また，2 回目で優勝者が決まっていない場合，1 回目で負けた人は，3 回目に参加する。
- 2 回目で負けた人は，3 回目には参加しない。

1回目で負けた人は3回目に敗者復活できる

(i) 三人で**ルール 2** に従ってじゃんけんを行う場合を考える。3 回目で優勝者が決まる場合，2 回目，3 回目において，じゃんけんを行う人数をそれぞれ m 人，n 人とする。このとき，起こり得る m，n の組 $(m,\ n)$ として，次の ⓪～⑨のうち，正しいものは $\boxed{\text{チ}}$ である。

⑨

チ (2点)

(2,3)と(3,2)と(3,3)だけ

1回目　2回目　3回目

$3 \to m \to n \to 1$

$3 \to 3 \to 3 \to 1$

$3 \to 3 \to 2 \to 1$

$3 \to 2 \to 2 \to 1$

1人負ける

+1 (敗者復活)

m	n
3	3
3	2
2	3

$\boxed{9}$ チ

$\boxed{\text{チ}}$ の解答群

⓪ (2, 2) と (2, 3) だけ	① (2, 2) と (3, 2) だけ
② (2, 2) と (3, 3) だけ	③ (2, 3) と (3, 2) だけ
④ (2, 3) と (3, 3) だけ	⑤ (3, 2) と (3, 3) だけ
⑥ (2, 2) と (2, 3) と (3, 2) だけ	⑦ (2, 2) と (2, 3) と (3, 3) だけ
⑧ (2, 2) と (3, 2) と (3, 3) だけ	⑨ (2, 3) と (3, 2) と (3, 3) だけ

(ii) ルール１の方がルール２に比べて，優勝者が決まる確率は $\dfrac{\boxed{1}^{\text{ツ}}}{\underset{\text{テト}}{\boxed{27}}}$ だけ

$\boxed{\text{大きい}}$。

⓪ナ　(ツ,テト,ナで4点)

$\boxed{\text{ナ}}$ の解答群

⓪　大きい	①　小さい

ルール２で優勝者が決まる確率を P_2 とすると

2人でじゃんけんをしてあいこ (2→2)

3 → 3 → 3 → 1　または　3 → 3 → 2 → 1　または　3 → 2 → 2 → 3 → 1

より

$$P_2 = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}$$

$$= \frac{4}{27}$$

ルール１で優勝者が決まる確率を P_1 とすると (2)(iii) より

$$P_1 = \frac{5}{27}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{5}{27} - \frac{4}{27} = \frac{1}{27} > 0$$

よって　P_1 は P_2 より $\dfrac{\boxed{1}^{\text{ツ}}}{\underset{\text{テト}}{\boxed{27}}}$ だけ $\boxed{\text{大きい}}$

⓪ナ