

数学 I ・ 数学 A

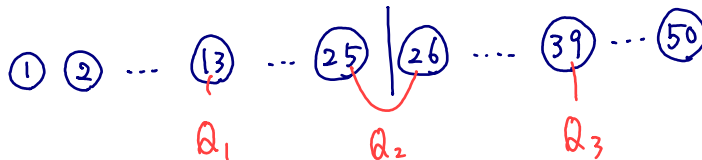
(15点) [2] 高校の陸上部で長距離競技の選手として活躍する太郎さんは、長距離競技の公認記録が掲載されている Web ページを見つけた。この Web ページでは、各選手における公認記録のうち最も速いものが掲載されている。その Web ページに掲載されている、ある選手のある長距離競技での公認記録を、その選手のその競技でのベストタイムということにする。

なお、以下の図や表については、ベースボール・マガジン社「陸上競技ランキング」の Web ページをもとに作成している。

(1) 太郎さんは、男子マラソンの日本人選手の 2022 年末時点でのベストタイムを調べた。その中で、2018 年より前にベストタイムを出した選手と 2018 年以降にベストタイムを出した選手に分け、それぞれにおいて速い方から 50 人 の選手のベストタイムをデータ A、データ B とした。

ここでは、マラソンのベストタイムは、実際のベストタイムから 2 時間を引いた時間を秒単位で表したものとする。例えば 2 時間 5 分 30 秒であれば、 $60 \times 5 + 30 = 330$ (秒) となる。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)



数学 I ・ 数学 A

(i) 図 1 と図 2 はそれぞれ、階級の幅を 30 秒とした A と B のヒストグラムである。なお、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。

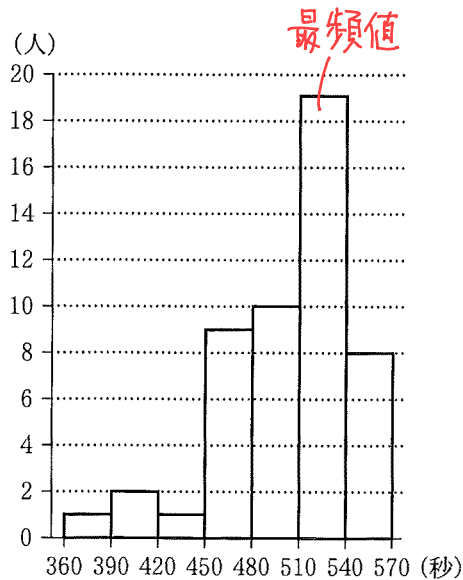


図 1 A のヒストグラム

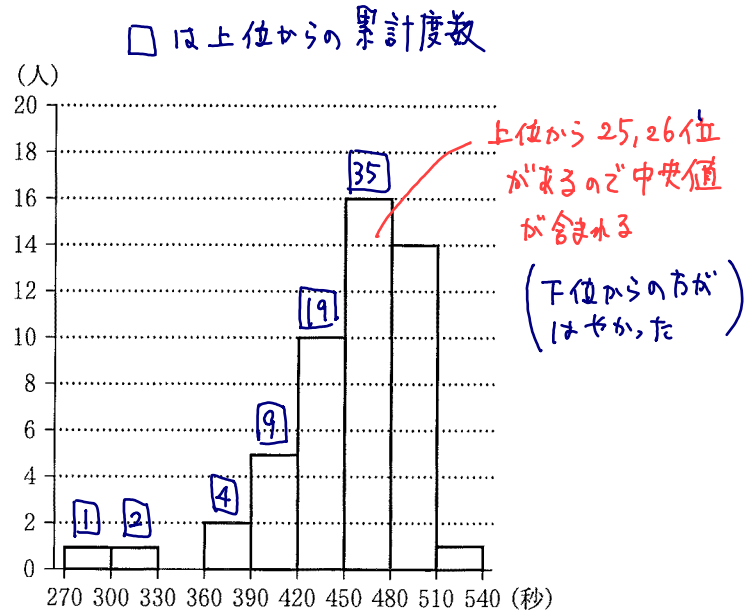


図 2 B のヒストグラム

図 1 から A の最頻値は階級 ⑧ の階級値である。また、図 2 から B の中央値が含まれる階級は ⑥ である。

510以上540未満
サ (2点)
450以上480未満 シ (2点)

サ , シ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|-------------------|-----------------|
| ① 270 以上 300 未満 | ① 300 以上 330 未満 |
| ② 330 以上 360 未満 | ② 360 以上 390 未満 |
| ④ 390 以上 420 未満 | ⑤ 420 以上 450 未満 |
| シ ⑥ 450 以上 480 未満 | ⑦ 480 以上 510 未満 |
| サ ⑧ 510 以上 540 未満 | ⑨ 540 以上 570 未満 |

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(ii) 図 3 は、A、B それぞれの箱ひげ図を並べたものである。ただし、中央値を示す線は省いている。

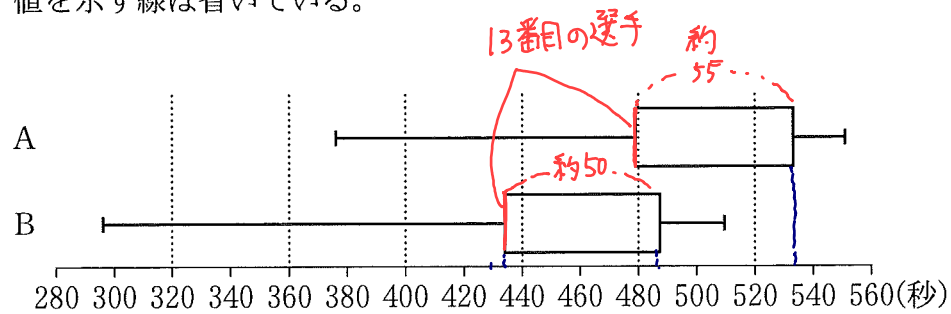


図 3 A と B の箱ひげ図

図 3 より次のことが読み取れる。ただし、A、B それぞれにおける、速い方から 13 番目の選手は、一人ずつとする。

第 1 四分位数の差より $480 - 435 = 45$ ス

• B の速い方から 13 番目の選手のベストタイムは、A の速い方から 13 番目の選手のベストタイムより、およそ 秒速い。

• A の四分位範囲から B の四分位範囲を引いた差の絶対値は である。

箱の幅の差より

$(535 - 480) - (485 - 435) = 55 - 50 = 5$

0 以上 20 未満

ス (2点)

セ (2点)

については、最も適当なものを、次の ①~⑤ のうちから一つ選べ。

- ① 5 ② 15 ③ 25 ④ 35 ⑤ 45 ⑥ 55

の解答群

- ① 0 以上 20 未満
- ② 20 以上 40 未満
- ③ 40 以上 60 未満
- ④ 60 以上 80 未満
- ⑤ 80 以上 100 未満

↑
20 の幅

数学 I ・ 数学 A

- (iii) 太郎さんは、A のある選手と B のある選手のベストタイムの比較において、その二人の選手のベストタイムが速いか遅いかとは別の観点でも考えるために、次の式を満たす z の値を用いて判断することにした。

式

$$\begin{aligned} (\text{あるデータのある選手のベストタイム}) = \\ (\text{そのデータの平均値}) + z \times (\text{そのデータの標準偏差}) \end{aligned}$$

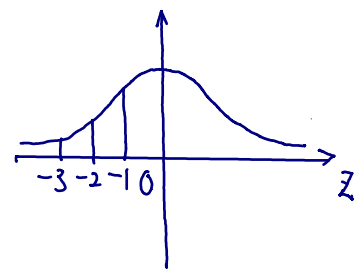
二人の選手それぞれのベストタイムに対する z の値を比較し、その値の小さい選手の方が優れていると判断する。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

あるデータのある選手のベストタイムを X
 z のデータの平均値を m
 z のデータの標準偏差を s
とすると $X = m + zS$
すなわち $z = \frac{X - m}{s} \dots \textcircled{1}$

z の平均値は 0
 z の標準偏差は 1

z の値が小さい方が優れている
(平均値から離れるので)



数学 I ・ 数学 A

表 1 は、A、B それぞれにおける、速い方から 1 番目の選手 (以下、1 位の選手) のベストタイムと、データの平均値と標準偏差をまとめたものである。

表 1 1 位の選手のベストタイム, 平均値, 標準偏差

データ	1 位の選手のベストタイム	平均値	標準偏差
A	376	504	40
B	296	454	45

① から

$$z = \frac{376 - 504}{40} = \frac{-128}{40} = \frac{-31}{10} = -3.1$$

$$z = \frac{296 - 454}{45} = \frac{-158}{45} = -3.513 \dots$$

$$\div \frac{-3.51}{7.94}$$

$$45 \overline{) 158}$$

$$\underline{135}$$

$$231$$

$$\underline{225}$$

$$60$$

$$\underline{45}$$

$$150$$

$$\underline{135}$$

$$15$$

式と表 1 を用いると、B の 1 位の選手のベストタイムに対する z の値は

$$z = - \frac{3}{45} \cdot \frac{51}{7.94} \quad (2 \text{点})$$

である。このことから、B の 1 位の選手のベストタイムは、平均値より標準偏差のおよそ $\frac{3}{45} \cdot \frac{51}{7.94}$ 倍だけ小さいことがわかる。

A、B それぞれにおける、1 位の選手についての記述として、次の ① ~

③ のうち、正しいものは ① である。
 ツ (2点)

	A	B
ベストタイム	376	296
z の値	-3.1	-3.51

ツ の解答群

- ① ベストタイムで比較すると B の 1 位の選手の方が速く、 z の値で比較すると B の 1 位の選手の方が優れている。
- ② ベストタイムで比較すると A の 1 位の選手の方が速く、 z の値で比較すると B の 1 位の選手の方が優れている。
- ③ ベストタイムで比較すると B の 1 位の選手の方が速く、 z の値で比較すると A の 1 位の選手の方が優れている。

数学 I ・ 数学 A

(2) 太郎さんは、マラソン、10000 m、5000 m のベストタイムに関連がないかを調べることにした。そのために、2022 年末時点でのこれら 3 種目のベストタイムをすべて確認できた日本人男子選手のうち、マラソンのベストタイムが速い方から 50 人を選んだ。

図 4 と図 5 はそれぞれ、選んだ 50 人についてのマラソンと 10000 m のベストタイム、5000 m と 10000 m のベストタイムの散布図である。ただし、5000 m と 10000 m のベストタイムは秒単位で表し、マラソンのベストタイムは(1)の場合と同様、実際のベストタイムから 2 時間を引いた時間を秒単位で表したものとする。なお、これらの散布図には、完全に重なっている点はない。

左よりも 正の相関が強い

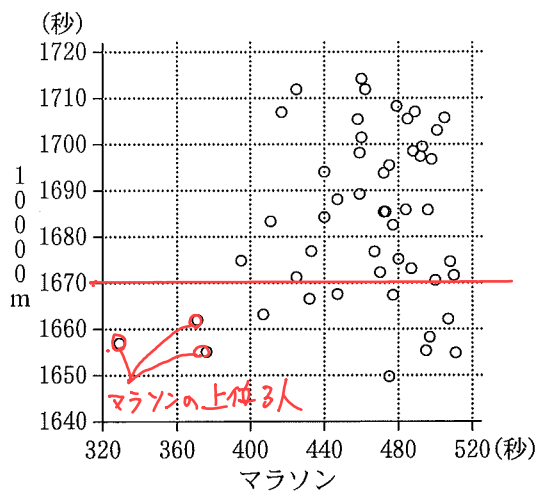


図 4 マラソンと 10000 m の散布図

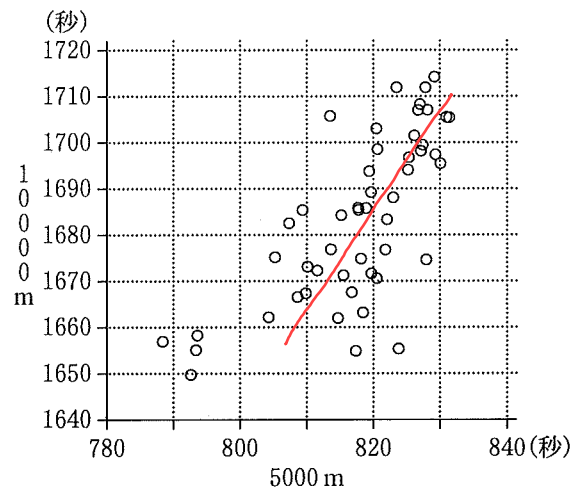


図 5 5000 m と 10000 m の散布図

数学 I ・ 数学 A

次の (a), (b) は, 図 4 と 図 5 に関する記述である。

(a) マラソンのベストタイムの速い方から 3 番目までの選手の 10000 m の
ベストタイムは, 3 選手とも 1670 秒未満である。

図4から
正しい

(b) マラソンと 10000 m の間の相関は, 5000 m と 10000 m の間の相関より
強い。

左の図

右の図

図4 (左)

右の方が
図5 (右)

より相関は弱い
のご誤り

(a), (b) の正誤の組合せとして正しいものは ① ② ③ ④ である。

テ (3点)

テ の解答群

	①	②	③	④
(a)	正	正	誤	誤
(b)	正	誤	正	誤