

数学 I ・ 数学 A

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

(1) 不等式

(10点)

$$2\sqrt{13} = \sqrt{52}$$

$$\sqrt{49} < \sqrt{52} < \sqrt{64}$$

$$\therefore 7 < 2\sqrt{13} < 8$$

$$\text{よって } n = \boxed{7}$$

$$n < 2\sqrt{13} < n + 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

n は $2\sqrt{13}$ の整数部分

を満たす整数 n は $\boxed{7}$ である。実数 a, b を

\uparrow (2点)

a は $2\sqrt{13}$ の小数部分

$$a = 2\sqrt{13} - \boxed{7} \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

$$b = \frac{1}{a} \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

で定める。このとき

$$b = \frac{1}{a} = \frac{1}{2\sqrt{13}-7} = \frac{2\sqrt{13}+7}{(2\sqrt{13}-7)(2\sqrt{13}+7)} = \frac{2\sqrt{13}+7}{52-49} = \frac{2\sqrt{13}+7}{3}$$

\rightarrow 有理化

$$b = \frac{\boxed{7} + 2\sqrt{13}}{\boxed{3}} \quad \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

\uparrow (2点)

$$3b = 2\sqrt{13} + 7 \quad \dots \textcircled{4}'$$

である。また

$$\textcircled{2} + \textcircled{4}' \text{ より } a + 3b = 4\sqrt{13}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{4}' \text{ より } a - 3b = -14$$

$$a^2 - 9b^2 = \boxed{-56} \sqrt{13}$$

\uparrow (2点)

$$a^2 - 9b^2 = (a+3b)(a-3b) = 4\sqrt{13} \cdot (-14) = \boxed{-56\sqrt{13}}$$

\uparrow (2点)

である。

①から $7 < 2\sqrt{13} < 8$ 2× $\frac{1}{2}$

$$\frac{\boxed{7}}{2} < \sqrt{13} < \frac{\boxed{7}}{2} + 1 \dots\dots\dots ⑤$$

が成り立つ。

太郎さんと花子さんは、 $\sqrt{13}$ について話している。

太郎：⑤から $\sqrt{13}$ のおよその値がわかるけど、小数点以下はよくわからないね。
 花子：小数点以下をもう少し詳しく調べることができないかな。

①と④から

①から $\frac{7+7}{3} < \frac{7+2\sqrt{13}}{3} < \frac{7+8}{3}$
 ④より $\frac{14}{3} < a < \frac{15}{3} \dots ④'$
 よって $m = \boxed{14}$ キク

$$\frac{m}{\boxed{3}} < b < \frac{m+1}{\boxed{3}}$$

を満たす整数 m は $\boxed{14}$ となる。よって、③から キク(2点)

④'に③を代入して
 $\frac{14}{3} < \frac{1}{a} < \frac{15}{3}$
 $\therefore \frac{3}{15} < a < \frac{3}{14} \dots ⑥$

$$\frac{\boxed{3}}{m+1} < a < \frac{\boxed{3}}{m}$$

..... ⑥

が成り立つ。

②を⑥へ代入して $\frac{1}{5} < 2\sqrt{13}-7 < \frac{3}{14}$
 各辺に7をたして $7+\frac{1}{5} < 2\sqrt{13} < 7+\frac{3}{14}$

$\sqrt{13}$ の整数部分は $\boxed{3}$ であり、②と⑥を使えば $\sqrt{13}$ の小数第1位の数字は $\boxed{6}$ 、
 小数第2位の数字は $\boxed{0}$ であることがわかる。
(ケ, コ, サが正解で2点)

各辺を2でわって $\frac{7}{2} + \frac{1}{10} < \sqrt{13} < \frac{7}{2} + \frac{3}{28}$
 $\therefore \frac{7}{2} = 3.5, \frac{1}{10} = 0.1, \frac{3}{28} = 0.107\dots$

よって $3.6 < \sqrt{13} < 3.607\dots$

$$\begin{array}{r} 28 \overline{) 30} \\ \underline{28} \\ 200 \\ \underline{196} \\ 4 \end{array}$$

よって $\sqrt{13}$ の整数部分は $\boxed{3}$ 、
 小数第1位の数字は $\boxed{6}$ 、
 小数第2位の数字は $\boxed{0}$