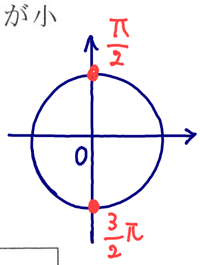
数学Ⅱ

第３問　（配点　20）

(1)　$\cos x = 0$ を満たす x は，$0 \leqq x < 2\pi$ の範囲に二つある。そのうち，値が小さい方は $x = \boxed{③}$ であり，大きい方は $x = \boxed{⑨}$ である。

ア（2点）　　イ（2点）



$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪　0	①　$\frac{\pi}{6}$	②　$\frac{\pi}{3}$	ア ③　$\frac{\pi}{2}$
④　$\frac{2}{3}\pi$	⑤　$\frac{5}{6}\pi$	⑥　π	⑦　$\frac{7}{6}\pi$
⑧　$\frac{4}{3}\pi$	イ ⑨　$\frac{3}{2}\pi$	ⓐ　$\frac{5}{3}\pi$	ⓑ　$\frac{11}{6}\pi$

(2)

$\cos 3\chi = \cos(2\chi + \chi) = \boxed{\cos 2\chi \cos\chi - \sin 2\chi \sin\chi}$ ⑤ウ

$+\ )\ \cos\chi = \cos(2\chi - \chi) = \boxed{\cos 2\chi \cos\chi + \sin 2\chi \sin\chi}$ ④エ

$\cos 3\chi + \cos\chi = 2\cos 2\chi \cos\chi$

(i) $0 \leqq x < 2\pi$ のとき，方程式

$$\cos 3x + \cos 2x + \cos x = 0 \qquad \cdots\cdots ①$$

を考える。

$\cos 3\chi + \cos 2\chi + \cos\chi$

$= \cos 3\chi + \cos\chi + \cos 2\chi$

$= 2\cos 2\chi \cos\chi + \cos 2\chi$

$= (\boxed{2\cos\chi} + 1)\cos 2\chi$ …②

⑥オ

三角関数の加法定理により

$\cos 3x = \cos(2x + x) =$ $\boxed{\text{ウ}}$ ⑤ $\cos 2\chi\cos\chi - \sin 2\chi\sin\chi$

$\cos x = \cos(2x - x) =$ $\boxed{\text{エ}}$ ④ $\cos 2\chi\cos\chi + \sin 2\chi\sin\chi$

エ（ウ，エ両方正解で3点）

が成り立つ。これらを用いると

$\cos 3x + \cos 2x + \cos x = (\boxed{\text{オ}} + 1)\cos 2x \qquad \cdots\cdots ②$

⑥ $2\cos\chi$ オ（2点）

が得られる。

②$=0$ とに $\cos\chi = -\frac{1}{2}$ …あ または $\cos 2\chi = 0$ …(い)

あから $\chi = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$

(い)から $0 \leqq 2\chi < 4\pi$ より $2\chi = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi$ $\times\frac{1}{2}$

$\therefore \chi = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$

②により，①は $\boxed{\text{カ}}$ 6 個の解をもつことがわかる。そのうち，最も小さい解は $x = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{キ}}}$ 4 であり，2 番目に小さい解は $x = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\pi$ である。 ク 2 ケ 3

カ（3点） キ（2点） ケ（2点）

①の解はあまたは(い)より小さい順に

$\chi = \frac{\pi}{4}, \frac{2}{3}\pi, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{7}{4}\pi$

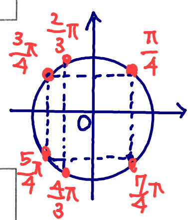
よって①は $\boxed{6}$ 個の解をもつ カ

最も小さい解は $\boxed{\frac{\pi}{4}}$ キ

2番目に小さい解は $\boxed{\frac{2}{3}\pi}$ クケ

$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x$	① $\sin 2x \cos x - \cos 2x \sin x$
② $-\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x$	③ $-\sin 2x \cos x - \cos 2x \sin x$
エ ④ $\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x$	ウ ⑤ $\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$
⑥ $-\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x$	⑦ $-\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$



$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

⓪ $\sin x$	① $-\sin x$	② $\cos x$	③ $-\cos x$
④ $2\sin x$	⑤ $-2\sin x$	⑥ $2\cos x$	⑦ $-2\cos x$

補 和積公式

$\cos X + \cos Y = 2\cos\frac{X+Y}{2}\cos\frac{X-Y}{2}$

数学Ⅱ

(ii) n を 3 以上の自然数とする。$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，方程式

$$\cos(n+1)x + \cos nx + \cos(n-1)x = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

を考える。

(i) と同じように考えると，③ のすべての解を求めることができる。そのうち，最も小さい解は $x =$ $\boxed{9}$ であり，2 番目に小さい解は $x =$ $\boxed{a}$ である。

$\frac{\pi}{2n}$ コ (2点)　　$\frac{3}{2n}\pi$ サ (2点)

$\boxed{コ}$，$\boxed{サ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 0	① $\frac{\pi}{6}$	② $\frac{\pi}{4}$	③ $\frac{\pi}{3}$
④ $\frac{\pi}{2}$	⑤ $\frac{2}{3}\pi$	⑥ $\frac{\pi}{n}$	⑦ $\frac{2}{n}\pi$
⑧ $\frac{3}{n}\pi$	⑨ $\frac{\pi}{2n}$	ⓐ $\frac{3}{2n}\pi$	ⓑ $\frac{5}{2n}\pi$

(i) で同じように考えると

$$\cos(n+1)x = \cos(nx+x) = \cos nx\cos x - \sin nx \sin x$$
$$+)\ \cos(n-1)x = \cos(nx-x) = \cos nx\cos x + \sin nx\sin x$$
$$\cos(n+1)x + \cos(n-1)x = 2\cos nx\cos x$$

← 和積公式で出てくる

③ は

$$\cos(n+1)x + \cos(n-1)x + \cos nx = 0$$
$$2\cos nx\cos x + \cos nx = 0$$

← (i) は $n=2$ のとき

$$(2\cos x + 1)\cos nx = 0$$

$\cos x = -\frac{1}{2}$ …あ　または　$\cos nx = 0$ …⑪

補 $\cos n\pi$ は周期 $\frac{2\pi}{n}$ で ⑪ をみたす x は $2n$ 個ある

あ から $x = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$

⑪ から　$0 \leqq x < 2\pi$ なので $0 \leqq nx < 2n\pi$ より

$$nx = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi, \cdots, \frac{4n-3}{2}\pi, \frac{4n-1}{2}\pi$$

$2 \times \frac{1}{n}$

$$\therefore\ x = \frac{\pi}{2n}, \frac{3}{2n}\pi, \frac{5}{2n}\pi, \frac{7}{2n}\pi, \cdots, \frac{4n-3}{2n}, \frac{4n-1}{2n}\pi$$

ここで $n \geqq 3$ であるから

$$\frac{\pi}{2n} < \frac{3}{2n}\pi \leqq \frac{\pi}{2} < \frac{2}{3}\pi$$

よって ③ の解のうち

最も小さい解は $\boxed{\frac{\pi}{2n}}$　⑨コ

2番目に小さい解は $\boxed{\frac{3}{2n}\pi}$　ⓐサ

〰 は小さい解