

数学 I

第 4 問 (配点 20)

高校の陸上部で長距離競技の選手として活躍する太郎さんは、長距離競技の公認記録が掲載されている Web ページを見つけた。この Web ページでは、各選手における公認記録のうち最も速いものが掲載されている。その Web ページに掲載されている、ある選手のある長距離競技での公認記録を、その選手のその競技でのベストタイムということにする。

なお、以下の図や表については、ベースボール・マガジン社「陸上競技ランキング」の Web ページをもとに作成している。

- (1) 太郎さんは、男子マラソンの日本人選手の 2022 年末時点でのベストタイムを調べた。その中で、2018 年より前にベストタイムを出した選手と 2018 年以降にベストタイムを出した選手に分け、それぞれにおいて速い方から 50 人の選手のベストタイムをデータ A, データ B とした。

ここでは、マラソンのベストタイムは、実際のベストタイムから 2 時間を引いた時間を秒単位で表したものとする。例えば 2 時間 5 分 30 秒であれば、 $60 \times 5 + 30 = 330$ (秒) となる。

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

(i) 図1と図2はそれぞれ、階級の幅を30秒としたAとBのヒストグラムである。なお、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。

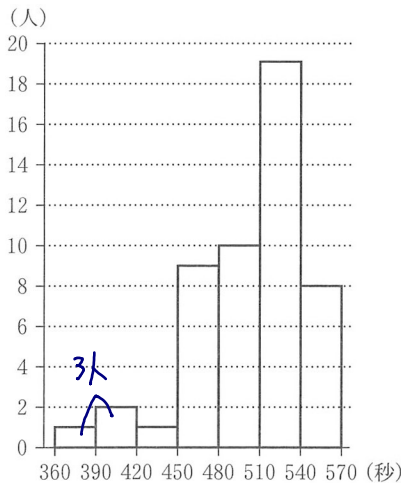


図1 Aのヒストグラム

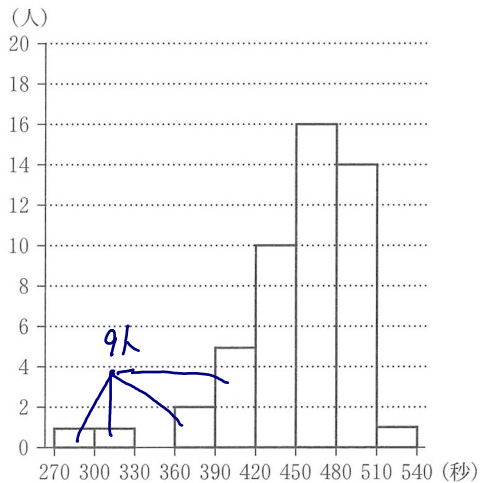


図2 Bのヒストグラム

$$\frac{3}{50} = \frac{6}{100} = \boxed{6\%}$$

ベストタイムが420秒未満の選手の割合はAでは $\boxed{6}$ %であり、Bで

は $\boxed{18}$ %である。 $\frac{9}{50} = \frac{18}{100} = \boxed{18\%}$

ア(1点)

ここから
数学I-A
と同じ



図1からAの最頻値は階級 $\boxed{8}$ の階級値である。また、図2からBの

イ(1点)

中央値が含まれる階級は $\boxed{6}$ である。

オ(2点)

$\boxed{エ}$, $\boxed{オ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|-----------------------------|-----------------|
| ① 270 以上 300 未満 | ⑥ 300 以上 330 未満 |
| ② 330 以上 360 未満 | ⑦ 360 以上 390 未満 |
| ③ 390 以上 420 未満 | ⑧ 420 以上 450 未満 |
| ④ $\boxed{6}$ 450 以上 480 未満 | ⑨ 480 以上 510 未満 |
| ⑤ $\boxed{8}$ 510 以上 540 未満 | ⑩ 540 以上 570 未満 |

数学 I

(ii) 図3は、A、Bそれぞれの箱ひげ図を並べたものである。ただし、中央値を示す線は省いている。

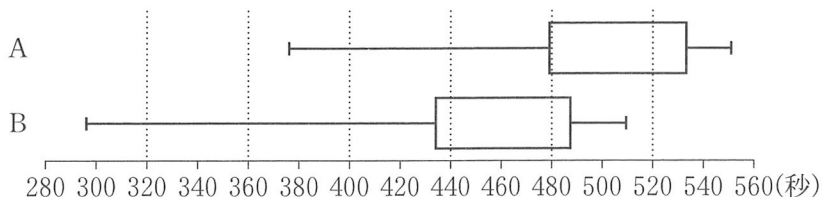


図3 AとBの箱ひげ図

図3より次のことが読み取れる。ただし、A、Bそれぞれにおける、速い方から13番目の選手は、一人ずつとする。

- Bの速い方から13番目の選手のベストタイムは、Aの速い方から13番目の選手のベストタイムより、およそ 秒速い。
カ(2点)
- Aの四分位範囲からBの四分位範囲を引いた差の絶対値は である。
キ(2点)

については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① 5 ② 15 ③ 25 ④ 35 ⑤ 45 ⑥ 55

の解答群

- ① 0 以上 20 未満
② 20 以上 40 未満
③ 40 以上 60 未満
④ 60 以上 80 未満
⑤ 80 以上 100 未満

数学 I

- (iii) 太郎さんは、A のある選手と B のある選手のベストタイムの比較において、その二人の選手のベストタイムが速いか遅いかとは別の観点でも考えるために、次の式を満たす z の値を用いて判断することにした。

式

$$\begin{aligned} (\text{あるデータのある選手のベストタイム}) = \\ (\text{そのデータの平均値}) + z \times (\text{そのデータの標準偏差}) \end{aligned}$$

二人の選手それぞれのベストタイムに対する z の値を比較し、その値の小さい選手の方が優れていると判断する。

数学 I

表 1 は、A、B それぞれにおける、速い方から 1 番目の選手(以下、1 位の選手)のベストタイムと、データの平均値と標準偏差をまとめたものである。

表 1 1 位の選手のベストタイム、平均値、標準偏差

データ	1 位の選手のベストタイム	平均値	標準偏差
A	376	504	40
B	296	454	45

式と表 1 を用いると、B の 1 位の選手のベストタイムに対する z の値は

$$z = - \frac{3}{4} \cdot \frac{51}{45} \quad (2 \text{点})$$

である。このことから、B の 1 位の選手のベストタイムは、平均値より標準偏差のおよそ $\frac{3}{4} \cdot \frac{51}{45}$ 倍だけ小さいことがわかる。

A、B それぞれにおける、1 位の選手についての記述として、次の①～③のうち、正しいものは ① ② ③ である。

サ (2点)

サ の解答群

- ① ベストタイムで比較すると B の 1 位の選手の方が速く、 z の値で比較すると A の 1 位の選手の方が優れている。
- ② ベストタイムで比較すると A の 1 位の選手の方が速く、 z の値で比較すると B の 1 位の選手の方が優れている。
- ③ ベストタイムで比較すると B の 1 位の選手の方が速く、 z の値で比較すると A の 1 位の選手の方が優れている。

数学 I

(2) 太郎さんは、マラソン、10000 m、5000 m のベストタイムに関連がないかを調べることにした。そのために、2022 年末時点でのこれら 3 種目のベストタイムをすべて確認できた日本人男子選手のうち、マラソンのベストタイムが速い方から 50 人を選んだ。

図 4 と図 5 はそれぞれ、選んだ 50 人についてのマラソンと 10000 m のベストタイム、5000 m と 10000 m のベストタイムの散布図である。ただし、5000 m と 10000 m のベストタイムは秒単位で表し、マラソンのベストタイムは(1)の場合と同様、実際のベストタイムから 2 時間を引いた時間を秒単位で表したものとする。なお、これらの散布図には、完全に重なっている点はない。

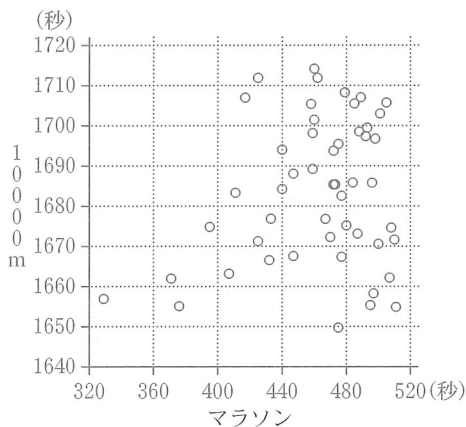


図 4 マラソンと 10000 m の散布図

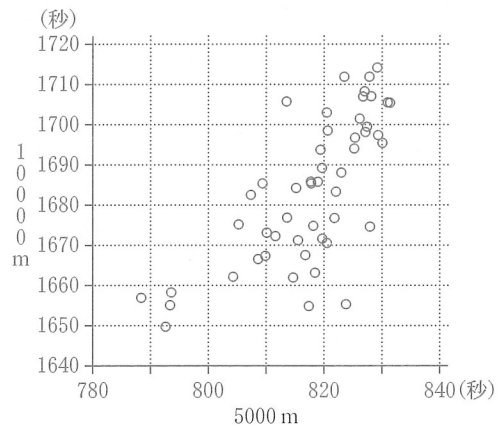


図 5 5000 m と 10000 m の散布図

(i) 次の(a), (b)は、図 4 と図 5 に関する記述である。

(a) マラソンのベストタイムの速い方から 3 番目までの選手の 10000 m のベストタイムは、3 選手とも 1670 秒未満である。

(b) マラソンと 10000 m の間の相関は、5000 m と 10000 m の間の相関より強い。

(a), (b) の正誤の組合せとして正しいものは ① である。
(3点)

シ の解答群

	①	②	③
(a)	正	誤	誤
(b)	正	正	誤

ここまど数学I:Aと同じ

(ii) 太郎さんは、5000 m と 10000 m の相関係数を計算するために、表 2 のように平均値、標準偏差および共分散を算出した。ただし、共分散は各選手の、5000 m のベストタイムの偏差と 10000 m のベストタイムの偏差との積の平均値である。

表 2 5000 m と 10000 m の平均値、標準偏差、共分散

	平均値	標準偏差	共分散
5000 m	817.7	10.3	131.8
10000 m	1683.6	17.9	

表 2 を用いると、5000 m と 10000 m の相関係数は ⑦ である。
又 (3点)

ス については、最も適当なものを、次の①～⑩のうちから一つ選べ。

① 0.00	② 0.11	③ 0.20	④ 0.31	⑤ 0.45
⑥ 0.58	⑦ 0.65	⑧ 0.71	⑨ 0.80	⑩ 1.40

$$\begin{array}{r}
 17.9 \\
 \times 10.3 \\
 \hline
 537 \\
 179 \\
 \hline
 1843.7
 \end{array}$$

求める相関係数を r とすると

上の計算はめんどうなので
近似した

⑦

$$r \approx \frac{132}{10 \times 18} = \frac{132}{180} = \frac{11}{15} = 0.733 \dots$$

この値に近い選択肢が ⑦ である

← コモン電卓使

⑦ である

← 正確な値を求めなくて選べる
散布図から ⑥, ⑦, ⑧ あたりかなと予想でき