

数学 I

第 3 問 (配点 30)

$y=f(x)$ のグラフは
 頂点 $(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a})$
 軸: $x=-\frac{b}{2a}$

$$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a}$$

(1) 関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ について、 $y = f(x)$ のグラフをコンピュータソフトを用いて表示させる。ただし、このコンピュータソフトでは、 a, b, c の値は十分に広い範囲で変化させられるものとする。

a, b, c の値をそれぞれ定めたところ、図 1 のように、 x 軸の $-2 < x < -1$ の部分と $-1 < x < 0$ の部分のそれぞれと交わる、上に凸の放物線が表示された。

$y=f(x)$ のグラフは上に凸よ!

$a < 0$ (0)ア

軸が $x < 0$ にあるぞ
 $-\frac{b}{2a} < 0$

$a < 0$ なのぞ $b < 0$ (0)イ

$f(0) = c < 0$ (0)ウ

$f(x) = 0$ の判別式を $D > 0$

$D = b^2 - 4ac > 0$ (0)エ

(別) 頂点の y 座標が正なのぞ

$-\frac{b^2-4ac}{4a} > 0$

$a < 0$ なのぞ $b^2 - 4ac > 0$

$f(-2) = 4a - 2b + c < 0$ (0)オ

$f(-1) = a - b + c > 0$ (2)カ

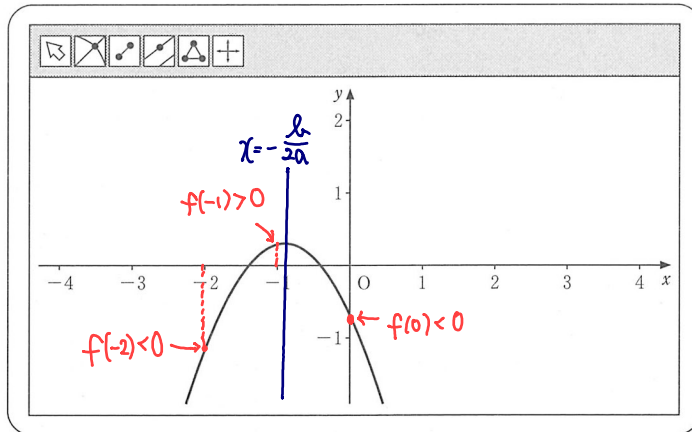


図 1

(1) 図 1 の放物線を表示させる a, b, c の値について

a $\boxed{0}$ $<$ 0 , b $\boxed{0}$ $<$ 0 , c $\boxed{0}$ $<$ 0 , $b^2 - 4ac$ $\boxed{2}$ $>$ 0 ,
ア (1点) イ (2点) ウ (1点) エ (2点)

$4a - 2b + c$ $\boxed{0}$ $<$ 0 , $a - b + c$ $\boxed{2}$ $>$ 0
オ (オ,カ両方正解ぞ2点) カ

である。

$\boxed{ア}$ ~ $\boxed{カ}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

$\boxed{0}$ $<$ $\textcircled{1}$ $=$ $\textcircled{2}$ $>$

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

(2) 次の操作 A, 操作 B, 操作 C のうち, いずれか一つの操作を行う。

① より a, b, c はすべて負 負の数をさらに小さくする

- 操作 A : 図 1 の状態から b, c の値は変えず, a の値だけを減少させる。
 操作 B : 図 1 の状態から a, c の値は変えず, b の値だけを減少させる。
 操作 C : 図 1 の状態から a, b の値は変えず, c の値だけを減少させる。

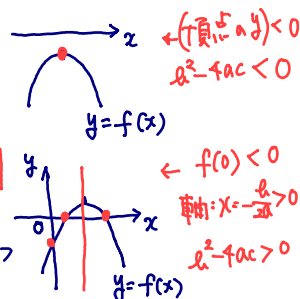
このとき, 操作 A, 操作 B, 操作 C のうち

不等式 $f(x) < 0$ の解が, すべての実数となること E

が起こり得る操作は 5。また

方程式 $f(x) = 0$ は, 異なる二つの正の解をもつこと F

が起こり得る操作は 0。



$\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \end{cases}$
 のグラフが $x > 0$ で異なる2つの共有点をもつ

キ, ク の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- 0 ない
- ① 操作 A だけである
- ② 操作 B だけである
- ③ 操作 C だけである
- ④ 操作 A と操作 B だけである
- 5 操作 A と操作 C だけである
- ⑥ 操作 B と操作 C だけである
- ⑦ 操作 A と操作 B と操作 C のすべてである

操作 A を行くと
 常に上に凸 (形は変わる)
 $b^2 - 4ac = b^2 - 4c \cdot a$
 a の値だけ減少すると
 $b^2 - 4ac < 0$
 となるので E が起る

操作 B を行くと
 $b^2 - 4ac$
 b の値だけ減少すると
 b の値は増加する
 常に $b^2 - 4ac > 0$
 より E は起らない

操作 C を行くと
 $b^2 - 4ac$
 c の値だけ減少すると
 $b^2 - 4ac < 0$
 となるので E が起る

どの操作を行っても
 軸: $x = -\frac{b}{2a} (< 0)$
 は常に $x < 0$ にある
 ゆえに F は起らない
 ため 5 0