

数学II・数学B

(配点12点) [2] $b > 0$ とし、 $g(x) = x^3 - 3bx + 3b^2$, $h(x) = x^3 - x^2 + b^2$ とおく。座標平面上の曲線 $y = g(x)$ を C_1 , 曲線 $y = h(x)$ を C_2 とする。

C_1 と C_2 は2点で交わる。これらの交点の x 座標をそれぞれ a, β

($a < \beta$) とすると、 $a = \boxed{b}$, $\beta = \boxed{2b}$ である。
サ シス (2点)

$a \leq x \leq \beta$ の範囲で C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を S とする。また、 $t > \beta$ とし、 $\beta \leq x \leq t$ の範囲で C_1 と C_2 および直線 $x = t$ で囲まれた図形の面積を T とする。

このとき

$$S = \int_a^\beta \boxed{2} dx$$

$$T = \int_\beta^t \boxed{1} dx$$

$$S - T = \int_a^t \boxed{2} dx$$

であるので

$$S - T = \frac{-1}{6} \left(2t^3 - \frac{9}{t} bt^2 + \frac{12}{t} b^2 t - \frac{5}{2} b^3 \right)$$

が得られる。

したがって、 $S = T$ となるのは $t = \frac{5}{2} b$ のときである。

$$S = \int_a^\beta \{h(x) - g(x)\} dx$$

$$T = \int_\beta^t \{g(x) - h(x)\} dx = -\int_\beta^t \{h(x) - g(x)\} dx$$

$$S - T = \int_a^\beta \{h(x) - g(x)\} dx + \int_\beta^t \{h(x) - g(x)\} dx$$

$$= \int_a^t \{h(x) - g(x)\} dx$$

$\left[\frac{x^3}{3} - \frac{3b}{2}x^2 + 2b^2x \right]_a^t$

$$= -\left\{ \frac{1}{3}(t^3 - b^3) - \frac{3}{2}b(t^2 - b^2) + 2b^2(t - b) \right\}$$

$$= -\frac{1}{6} \left\{ 2(t^3 - b^3) - 9b(t^2 - b^2) + 12b^2(t - b) \right\}$$

$$= -\frac{1}{6} (2t^3 - 9bt^2 + 12b^2t - 5b^3)$$

$$= -\frac{1}{6} (t - b)^2 (2t - 5b)$$

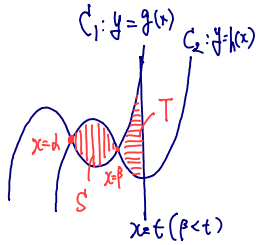
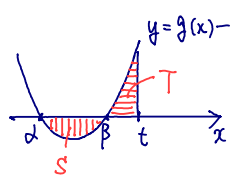
$S = T$ とするのは $S - T = 0$ とすることから

$$(t - b)^2 (2t - 5b) = 0$$

よって $t \neq b$ であるから

$$t = \frac{5}{2} b$$

$$g(x) - h(x) = (x - b)(x - 2b) = (x - a)(x - \beta)$$



$g(x) = h(x)$
 $x^3 - 3bx + 3b^2 = x^3 - x^2 + b^2$
 $x^2 - 3bx + 2b^2 = 0$
 $(x - b)(x - 2b)$
 $\therefore x = b, 2b$
 $b > 0$ とするのぞ
 $b < 2b$

よって $a = \boxed{b}$, $\beta = \boxed{2b}$

(a, β の2点)

β の2点)

(4点)

ネ

(2点)

②

$a = b$

$$t = b \text{ とする } S - T = -\int_b^t (x^2 - 3bx + 2b^2) dx = 0$$

$2 \frac{1}{6} < t < 5b$

④ $t = 7$ 2 因数分解!

セ ~ タ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | |
|--------|---------------------|-----|---------------------|
| ① | $\{g(x) + h(x)\}$ | γ ① | $\{g(x) - h(x)\}$ |
| セ, γ ② | $\{h(x) - g(x)\}$ | ③ | $\{2g(x) + 2h(x)\}$ |
| ④ | $\{2g(x) - 2h(x)\}$ | ⑤ | $\{2h(x) - 2g(x)\}$ |
| ⑥ | $2g(x)$ | ⑦ | $2h(x)$ |