

## 数学Ⅱ・数学B

[2]  $a, b$  は正の実数であり,  $a \neq 1, b \neq 1$  を満たすとする。太郎さんは  $\log_a b$  と  $\log_b a$  の大小関係を調べることにした。

(1) 太郎さんは次のような考察をした。

まず,  $\log_3 9 = \boxed{\text{ス}}$ ,  $\log_9 3 = \frac{1}{\boxed{\text{ス}}}$  である。この場合

$$\log_3 9 > \log_9 3$$

が成り立つ。

一方,  $\log_{\frac{1}{4}} \boxed{\text{セ}} = -\frac{3}{2}$ ,  $\log_{\boxed{\text{セ}}} \frac{1}{4} = -\frac{2}{3}$  である。この場合

$$\log_{\frac{1}{4}} \boxed{\text{セ}} < \log_{\boxed{\text{セ}}} \frac{1}{4}$$

が成り立つ。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(2) ここで

$$\log_a b = t \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

とおく。

(1)の考察をもとにして、太郎さんは次の式が成り立つと推測し、それが正しいことを確かめることにした。

$$\log_b a = \frac{1}{t} \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

①により、ソである。このことによりタが得られ、②が成り立つことが確かめられる。

ソの解答群

- |   |   |   |
|---|---|---|
| <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">①</span> $a^b = t$ | <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">②</span> $a^t = b$ | <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">③</span> $b^a = t$ |
| <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">④</span> $b^t = a$ | <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">⑤</span> $t^a = b$ | <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">⑥</span> $t^b = a$ |

タの解答群

- |   |   |   |
|---|---|---|
| <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">①</span> $a = t^{\frac{1}{b}}$ | <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">②</span> $a = b^{\frac{1}{t}}$ | <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">③</span> $b = t^{\frac{1}{a}}$ |
| <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">④</span> $b = a^{\frac{1}{t}}$ | <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">⑤</span> $t = b^{\frac{1}{a}}$ | <span style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">⑥</span> $t = a^{\frac{1}{b}}$ |

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

## 数学Ⅱ・数学B

(3) 次に、太郎さんは(2)の考察をもとにして

$$t > \frac{1}{t} \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

を満たす実数  $t$  ( $t \neq 0$ ) の値の範囲を求めた。

### 太郎さんの考察

$t > 0$  ならば、 $\textcircled{3}$  の両辺に  $t$  を掛けることにより、 $t^2 > 1$  を得る。  
このような  $t$  ( $t > 0$ ) の値の範囲は  $1 < t$  である。

$t < 0$  ならば、 $\textcircled{3}$  の両辺に  $t$  を掛けることにより、 $t^2 < 1$  を得る。  
このような  $t$  ( $t < 0$ ) の値の範囲は  $-1 < t < 0$  である。

この考察により、 $\textcircled{3}$  を満たす  $t$  ( $t \neq 0$ ) の値の範囲は

$$-1 < t < 0, \quad 1 < t$$

であることがわかる。

ここで、 $a$  の値を一つ定めたとき、不等式

$$\log_a b > \log_b a \quad \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

を満たす実数  $b$  ( $b > 0, b \neq 1$ ) の値の範囲について考える。

$\textcircled{4}$  を満たす  $b$  の値の範囲は、 $a > 1$  のときは **チ** であり、  
 $0 < a < 1$  のときは **ツ** である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

**チ** の解答群

- |   |                                  |   |                              |
|---|----------------------------------|---|------------------------------|
| ② | $0 < b < \frac{1}{a}, 1 < b < a$ | ① | $0 < b < \frac{1}{a}, a < b$ |
| ② | $\frac{1}{a} < b < 1, 1 < b < a$ | ③ | $\frac{1}{a} < b < 1, a < b$ |

**ツ** の解答群

- |   |                                  |   |                              |
|---|----------------------------------|---|------------------------------|
| ② | $0 < b < a, 1 < b < \frac{1}{a}$ | ① | $0 < b < a, \frac{1}{a} < b$ |
| ② | $a < b < 1, 1 < b < \frac{1}{a}$ | ③ | $a < b < 1, \frac{1}{a} < b$ |

(4)  $p = \frac{12}{13}, q = \frac{12}{11}, r = \frac{14}{13}$  とする。

次の②～③のうち、正しいものは **テ** である。

**テ** の解答群

- |   |  |
|---|--|
| ② | $\log_p q > \log_q p$ かつ $\log_p r > \log_r p$ |
| ① | $\log_p q > \log_q p$ かつ $\log_p r < \log_r p$ |
| ② | $\log_p q < \log_q p$ かつ $\log_p r > \log_r p$ |
| ③ | $\log_p q < \log_q p$ かつ $\log_p r < \log_r p$ |