

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

複数人がそれぞれプレゼントを一つずつ持ち寄り、交換会を開く。ただし、プレゼントはすべて異なるとする。プレゼントの交換は次の手順で行う。

手順

外見が同じ袋を人数分用意し、各袋にプレゼントを一つずつ入れたうえで、各参加者に袋を一つずつでたために配る。各参加者は配られた袋の中のプレゼントを受け取る。

交換の結果、1 人でも自分の持参したプレゼントを受け取った場合は、交換をやり直す。そして、全員が自分以外の人の持参したプレゼントを受け取ったところで交換会を終了する。

(1) 2 人または 3 人で交換会を開く場合を考える。

(i) 2 人で交換会を開く場合、1 回目の交換で交換会が終了するプレゼントの受け取り方は 通りある。したがって、1 回目の交換で交換会が終了

する確率は $\frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$ である。

(ii) 3 人で交換会を開く場合、1 回目の交換で交換会が終了するプレゼントの受け取り方は 通りある。したがって、1 回目の交換で交換会が終了

する確率は $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ である。

(iii) 3 人で交換会を開く場合、4 回以下の交換で交換会が終了する確率は

$\frac{\text{キク}}{\text{ケコ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

- (2) 4人で交換会を開く場合、1回目の交換で交換会が終了する確率を次の構想に基づいて求めてみよう。

構想

1回目の交換で交換会が終了しないプレゼントの受け取り方の総数を求める。そのために、自分の持参したプレゼントを受け取る人数によって場合分けをする。

1回目の交換で、4人のうち、ちょうど1人が自分の持参したプレゼントを受け取る場合は **サ** 通りあり、ちょうど2人が自分のプレゼントを受け取る場合は **シ** 通りある。このように考えていくと、1回目のプレゼントの受け取り方のうち、1回目の交換で交換会が終了しない受け取り方の総数は **スセ** である。

したがって、1回目の交換で交換会が終了する確率は $\frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$ である。

- (3) 5人で交換会を開く場合、1回目の交換で交換会が終了する確率は $\frac{\text{チツ}}{\text{テト}}$ である。

- (4) A, B, C, D, Eの5人が交換会を開く。1回目の交換でA, B, C, Dがそれぞれ自分以外の人の持参したプレゼントを受け取ったとき、その回で交換会が終了する条件付き確率は $\frac{\text{ナニ}}{\text{ヌネ}}$ である。